



LICEO SCIENTIFICO DI STATO "CARLO CATTANEO"

Sede Centrale: Via Sostegno 41/10 - 10146 TORINO - tel: 011 7732013 – 011. 7732014 fax: 011 7732014

Succursale: Via Postumia 57/60 - 10142 TORINO - tel: 011 7071984 fax: 011 7078256

e-mail: segreteria@liceocarlocattaneo.it

ANNO SCOLASTICO 2021-2022

CLASSE 5^a F DISCIPLINA: Matematica DOCENTE: Prof. Cane Sergio

PROGRAMMA SVOLTO

MODULO A: Limiti e continuità

Unità 1: Funzioni e loro proprietà

- Funzioni: definizioni, classificazione e proprietà fondamentali.
- Funzioni iniettive, suriettive e biiettive.
- Ricerca del dominio e studio del segno.
- Funzioni monotone: considerazioni generali. Funzioni crescenti e decrescenti, non crescenti e non decrescenti.
- Funzioni pari e dispari, funzioni periodiche.
- Funzioni composte: definizioni e proprietà.
- Funzioni inverse: definizioni e condizioni di invertibilità.

Unità 2: Limiti di funzioni

- Insiemi numerici: intervalli e intorno. Insiemi numerici limitati e illimitati: maggiorante e minorante, massimo e minimo, estremo superiore e inferiore. Punto isolato e punto di accumulazione.
- La struttura dell'insieme \mathbb{R} .
- Approccio intuitivo al concetto di limite.
- Limite finito di una funzione per x che tende a un valore finito. Limite destro e sinistro, limite per difetto e per eccesso.
- Limite finito di una funzione per x che tende all'infinito. Asintoti orizzontali.
- Limite infinito di una funzione per x che tende a un valore finito. Asintoti verticali.
- Limite infinito di una funzione per x che tende all'infinito.
- Teoremi generali sui limiti (unicità del limite, permanenza del segno, primo, secondo e terzo teorema del confronto).
- Funzioni continue: definizione e insieme di continuità. Classificazione delle funzioni continue.

Unità 3: Calcolo dei limiti e discontinuità delle funzioni

- Operazioni sui limiti: limite della somma algebrica di funzioni algebriche, del prodotto una costante per una funzione, del prodotto di due o più funzioni, della potenza di una funzione, del quoziente di due funzioni, del reciproco, della radice di una funzione. Forme indeterminate.
- Limiti delle funzioni razionali. Limiti delle funzioni inverse e composte.
- Limiti notevoli $\left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \text{ e } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right)$.

- Infinitesimi e infiniti e loro confronto (trattazione teorica).
- Calcolo di limiti.
- Approfondimento sulla continuità in un punto: continuità da destra o da sinistra.
- Discontinuità delle funzioni: osservazioni generali. Singolarità di prima e seconda specie, singolarità eliminabili (o di terza specie).
- Proprietà delle funzioni continue: teorema di esistenza degli zeri, teoremi di Weierstrass e Darboux.
- Asintoti orizzontali, verticali e obliqui: definizioni e metodi di ricerca.
- Studio di una funzione e del grafico probabile attraverso la ricerca di dominio, eventuali simmetrie, intersezioni, intervalli di positività e negatività, asintoti.

Unità 4: Successioni e serie

- Ripasso sulle successioni numeriche.
- Limite finito e infinito; successioni indeterminate. Calcolo di limiti.
- Definizione del numero e di Nepero e di π (numeri trascendenti).
- Cenno sulle serie numeriche.

MODULO B: Calcolo differenziale

Unità 5: Derivata di una funzione e relative metodologie di calcolo

- Rapporto incrementale e definizione di derivata in un punto; derivata sinistra e destra. Significato geometrico della derivata. Funzione derivata. Considerazioni sulla derivabilità di una funzione e legame tra derivabilità e continuità.
- Derivate delle funzioni elementari: derivata di una costante, di una potenza, delle funzioni seno e coseno, di logaritmi ed esponenziali.
- Algebra delle derivate: derivata della somma algebrica di funzioni algebriche, del prodotto una costante per una funzione, del prodotto di due funzioni, del quoziente di due funzioni, del reciproco di una funzione).
- Derivata di una funzione composta e derivata delle funzioni inverse con relative applicazioni.
- Classificazione e studio dei punti di non derivabilità: flessi a tangente verticale, cuspidi e punti angolosi.
- Applicazioni geometriche del concetto di derivata: retta tangente e normale a una curva, tangenza e angolo tra due curve.
- Derivate d'ordine superiore al primo.
- Differenziale di una funzione e significato geometrico.
- Applicazioni del concetto di derivata alla fisica e alle scienze sperimentali.

Unità 6: Teoremi sulle funzioni derivabili

- Teorema di Rolle
- Teorema di Lagrange con relative conseguenze.
- Teorema di Cauchy.
- Regola di De L'Hôpital e calcolo di limiti.

Unità 7: Massimi, minimi e flessi

- Punti di minimo e massimo relativo e assoluto di una funzione, concavità e flessi: definizioni.
- Metodi di ricerca dei punti di massimo e di minimo relativo di una funzione.
- Studio della concavità di una curva e metodi di ricerca dei punti di flesso.
- Problemi di ottimizzazione: applicazione dei metodi di ricerca di massimi e minimi per la risoluzione di problemi geometrici e di argomento vario; ricerca del massimo e del minimo assoluto di una funzione.

Unità 8: Studio delle funzioni

- Schema generale per lo studio di una funzione (fotocopia consegnata agli studenti).
- Esempi significativi.

MODULO C: Calcolo integrale

Unità 9: L'integrale indefinito

- Primitiva di una funzione.
- Definizione di integrale indefinito e relative proprietà. L'integrale indefinito come operatore lineare.
- Integrazioni immediate e corrispondenti generalizzazioni.
- Integrazione per sostituzione e per parti.
- Integrazione delle funzioni razionali fratte.

Unità 10: L'integrale definito

- Il problema storico del calcolo delle aree.
- Area di un trapezoide e definizione di integrale definito mediante la somma di Riemann.
- Proprietà degli integrali definiti e primo teorema fondamentale del calcolo integrale con relativa formula.
- Calcolo di aree con relativi criteri generali.
- Calcolo di volumi di solidi di rotazione; cenno sul calcolo di volumi con i metodi dei gusci cilindrici e delle sezioni.
- Valor medio di una funzione e sua interpretazione geometrica.

Gli argomenti del **MODULO D (Statistica)**, previsti dal piano di lavoro, sono stati svolti accennando solo alcuni degli aspetti essenziali e agli studenti sono state fornite due piccole dispense caricate su *Classroom* così suddivise:

- **Unità 11: Probabilità** (cenni storici, nomenclatura, definizione classica, frequentistica e soggettiva di probabilità, teoremi sul calcolo delle probabilità, probabilità condizionata ed eventi indipendenti, probabilità totale e teorema di Bayes).
- **Unità 12: Distribuzioni di probabilità** (variabili aleatorie discrete, distribuzione binomiale e di Poisson).

Testo adottato:

Bergamini – Barozzi - Trifone • Matematica.blu 2.0 – Vol. 5 • Zanichelli

Torino, 8 giugno 2022

Il docente

I rappresentanti di classe