

PROGRAMMA DI MATEMATICA

Anno Scolastico: 2023/2024
 Classe: 5°E
 Docente: Prof.ssa COTZA Sandra
 Testo adottato: Bergamini, Trifone, Barozzi – “Matematica.blu 2.0”; vol. 4, 5; ed. Zanichelli

INTRODUZIONE ALL'ANALISI INFINITESIMALE (Ripasso)

Funzioni reali di variabile reale: classificazione, dominio, zeri e segno
Funzioni iniettive, suriettive e biiettive, crescenti, decrescenti, monotone, pari e dispari
Funzioni periodiche. Calcolo del periodo delle funzioni goniometriche. Funzioni composte
*Funzione inversa. Inverse delle funzioni goniometriche: grafico di $y = \arcsin x$; $y = \arccos x$;
 $y = \arctan x$*

LIMITI DI FUNZIONI REALI DI VARIABILE REALE

Insiemi di numeri reali: intervalli e intorno; insiemi limitati e illimitati. Estremi di un insieme, punti isolati, punti di accumulazione.

Definizione e significato di limite, limite destro e limite sinistro

Definizione rigorosa di limite finito o infinito di una funzione per x che tende ad un valore finito o a infinito

Teoremi sui limiti:

- *Teorema di unicità del limite (dim)*
- *Teorema della permanenza del segno (dim)*
- *Teoremi del confronto (dim)*

Operazioni sui limiti: limiti di funzioni elementari, limite della somma, del prodotto, della potenza, della radice n -esima, del reciproco, e del quoziente di funzioni elementari nel caso in cui entrambe le funzioni abbiano limite finito e nel caso in cui almeno una delle due abbia limite infinito, limite delle funzioni del tipo $[f(x)]^{g(x)}$, limite delle funzioni composte

Forme indeterminate: funzioni polinomiali, funzioni razionali fratte, funzioni algebriche irrazionali, funzioni trascendenti

Limiti notevoli:

- *Limiti di funzioni goniometriche:*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

- *Limiti di funzioni esponenziali e logaritmiche:*

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^k - 1}{x}$$

*Calcolo di limiti di funzioni goniometriche, esponenziali e logaritmiche mediante i limiti notevoli
Infinitesimi e infiniti e loro confronto: ordine di infinitesimo, infinitesimi dello stesso ordine e
principio di sostituzione degli infinitesimi, ordine di infinito, infiniti asintoticamente equivalenti e
principio di sostituzione degli infiniti. Gerarchia degli infiniti*

CONTINUITA'

Definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo

Teoremi sulle funzioni continue

- *Teorema di Weierstrass*
- *Teorema dei valori intermedi*
- *Teorema di esistenza degli zeri e metodo di bisezione per la ricerca degli zeri di una funzione*

Punti di discontinuità e di singolarità di una funzione e relativa classificazione

Asintoti orizzontali, verticali e obliqui di una funzione e relativa ricerca

DERIVATA DI UNA FUNZIONE

Problemi che conducono al concetto di derivata

- *Il problema della retta tangente*
- *Il problema della velocità istantanea*
- *Velocità di variazione di una grandezza rispetto a un'altra*

Rapporto incrementale e suo significato geometrico

Derivata di una funzione in un punto. Calcolo della derivata con la definizione. Derivata destra e derivata sinistra.

Teorema sulla relazione tra continuità e derivabilità di una funzione

Derivate delle funzioni elementari mediante il limite del rapporto incrementale: funzione costante, funzione identica, funzione potenza, funzione esponenziale e funzione logaritmica, funzione seno e funzione coseno

Linearità dell'operatore derivata: prodotto di una costante per una funzione; somma algebrica di funzioni.

Derivata del prodotto di funzioni, derivata del quoziente di funzioni e, in particolare, derivata della funzione $y=\tan(x)$, derivata della funzione composta, derivata della funzione $y = [f(x)]^{g(x)}$, derivata della funzione inversa e, in particolare, derivate delle inverse delle funzioni goniometriche.

Derivate di ordine superiore al primo

Retta tangente e normale al grafico di una funzione in un punto. Grafici tangenti.

TEOREMI DEL CALCOLO DIFFERENZIALE

Classificazione e studio dei punti di non derivabilità: punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale

Punti stazionari e Teorema di Rolle

Teorema di Lagrange e sue conseguenze, funzioni derivabili crescenti e decrescenti

Teorema di Cauchy

Teorema di De L'Hospital e suo utilizzo nella risoluzione di limiti che si presentano in forma indeterminata.

MASSIMI, MINIMI, FLESSI

*Massimi e minimi assoluti e relativi e loro ricerca mediante lo studio del segno della derivata prima
Concavità, flessi e loro ricerca con lo studio della derivata seconda
Problemi di ottimizzazione: problemi di geometria nel piano e nello spazio, di geometria analitica e di trigonometria, problemi che analizzano situazioni tratte dalla realtà*

STUDIO DI FUNZIONE

*Studio di funzioni algebriche, trascendenti e con valori assoluti
Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni
Grafici deducibili: trasformazione del grafico di $y=f(x)$ mediante traslazioni, simmetrie e valore assoluto
Relazioni tra il grafico di una funzione e quello della sua derivata*

INTEGRALI INDEFINITI

*Definizione di primitiva di una funzione
Integrale indefinito. Proprietà degli integrali indefiniti: l'integrale è un operatore lineare
Integrali indefiniti immediati, integrale di una potenza di x , in tutti i casi assunti dall'esponente, integrale della funzione esponenziale, integrale delle funzioni goniometriche, integrale delle funzioni le cui primitive sono le funzioni goniometriche inverse, integrazione delle funzioni la cui primitiva è una funzione composta, integrazione per sostituzione, integrazione per parti, integrale della funzione $y = \ln(x)$, integrazione delle funzioni razionali fratte
Relazioni tra il grafico di una funzione e quello di una sua primitiva*

INTEGRALI DEFINITI

*Il problema delle aree: integrale definito di una funzione continua, prima positiva, poi di segno qualsiasi
Proprietà dell'integrale definito: additività dell'integrale rispetto all'intervallo di integrazione, linearità, confronto tra gli integrali di due funzioni, integrale di una funzione costante, integrali di una funzione pari o dispari in un intervallo di ampiezza multipla del periodo
La funzione integrale. Teorema della media.
Teorema fondamentale del calcolo integrale e formula fondamentale del calcolo integrale
Calcolo dell'area della regione di piano limitata dal grafico di una funzione e dall'asse x
Calcolo dell'area della parte di piano compresa tra il grafico di due funzioni
Calcolo del volume di un solido di rotazione intorno all'asse x e intorno all'asse y
Calcolo del volume di un solido con il metodo delle sezioni
Integrali impropri: integrale di una funzione con un numero finito di singolarità e in un intervallo illimitato.*

EQUAZIONI DIFFERENZIALI

*Definizione di equazione differenziale, integrale generale, integrale particolare, problema di Cauchy
Equazioni differenziali a variabili separabili*

DISTRIBUZIONI DI PROBABILITA'

Variabili casuali discrete. Distribuzioni di probabilità. Funzione di ripartizione.

Valore medio, varianza e deviazione standard di una variabile casuale discreta

Giochi equi

Distribuzioni di probabilità di una variabile casuale discreta: distribuzione uniforme, distribuzione binomiale (o di Bernoulli), distribuzione di Poisson

Variabili aleatorie continue: densità di probabilità e funzione di ripartizione

Distribuzioni di probabilità di una variabile casuale continua: distribuzione uniforme, distribuzione di Gauss.

La normale standardizzata e l'uso delle tavole

POTENZIAMENTO

Esplorazioni con Geogebra

Metodo della ricerca variata: "Il problema dei due quadrati"

Dall'eshaustione ai limiti

Modelli di crescita e decrescita

Il differenziale

Metodo delle tangenti di Newton

Non tutte le medie sono uguali

Torino, 8 giugno 2024

Gli allievi

L'insegnante
Prof.ssa COTZA Sandra