



Programma svolto di Matematica - A.S.2023/24

Docente: Maurizio Parasmo

Disciplina: Matematica

Classe: 2^a C

Testo di riferimento adottato: L.Sasso-C.Zanone , Colori della matematica. Edizione BLU Volume 2, Petrini

DISEQUAZIONI (soluzioni dedotte graficamente)

Diseguaglianza e disequazioni (parallelismo con le equazioni). Disequazioni lineari. Sistemi di disequazioni lineari. Disequazioni frazionarie. Segno di un prodotto.

RADICALI.

La radice n-ma come "operazione" inversa della potenza n-ma. Definizione di radice n-ma (con $n=2$ ed $n=3$, successiva estensione ai numeri pari e numeri dispari). Anatomia del simbolo $\sqrt[n]{a^p}$ (segno di radice, indice, radicando, esponente). Sull'esistenza delle radici n-me. La radice n-ma di un numero primo è un numero irrazionale (senza dimostrazione). Condizioni di esistenza e segno di un radicale. Proprietà invariante e semplificazione di radicali (dimostrazione facoltativa). Prodotto, quoziente e potenza di un radicale (con dimostrazione). Radice di radice. Minimo comune indice e prodotto (quoziente) tra radicali con indice diverso. Portar fuori e sotto il segno di radice (dimostrato come corollario dal prodotto di radici con lo stesso indice). Somma algebrica di radicali ed espressioni algebriche contenenti radicali. Enfasi sulla non conservazione dell'operazione di addizione per i radicali (i.e. $\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$; $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$, ed $a, b \in \mathbb{R}$) con un controesempio numerico $\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$. Razionalizzazione (con denominatore un radicale semplice, $\sqrt[n]{a^p}$, oppure con una somma algebrica di due radicali $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$). Radicali e valore assoluto (radicali quadratici, cubici e con indice $n>3$). Potenze con esponente razionale. Grafici delle funzioni $y = \sqrt{2x}$ e $y = \sqrt[3]{x}$. Confronto tra radicali (con eventuale riduzione allo stesso indice)

SISTEMI LINEARI DUE PER DUE, $SL(2 \times 2)$

Richiami sui principi di equivalenza per le equazioni. Definizione di sistema di equazione lineare. Soluzioni di un sistema lineare. Sistema lineare determinato, indeterminato ed impossibile (interpretazione geometrica nei tre casi). Metodi risolutivi: sostituzione, confronto, addizione e sottrazione, Cramer. Criterio dei rapporti. Estensione ai sistemi lineari letterali (limitatamente a semplice casi).

SISTEMI LINEARI TRE PER TRE, $SL(3 \times 3)$

Il metodo per sostituzione ed il metodo di Cramer generalizzato. Definizione di matrice 3×3 . Definizione di determinante di una matrice. La regola di Sarrus per il calcolo del determinante di una matrice.

RETTE NEL PIANO CARTESIANO

Dalla geometria euclidea alla geometria analitica. Richiami sui concetti primitivi della geometria euclidea (piano, punto, retta) e sulle principali definizioni (semiretta, semipiano, angolo, bisettrice). Come si realizza l'unione "ipostatica" tra la geometria e l'algebra¹. Il piano cartesiano. Il sistema di riferimento cartesiano ortogonale. Asse delle ascisse (asse delle x) e asse delle ordinate (asse delle y). Dove si pone l'origine in un sistema di riferimento cartesiano. I quattro quadranti. I semipiani. Dalla coppia ordinata (x_p, y_p) al punto geometrico P e viceversa. Il segno delle coordinate di un punto P nei quattro quadranti. Distanza punto-punto. Il simmetrico di un punto P rispetto ad un altro punto C assegnato (con dimostrazione). Il simmetrico di un punto rispetto ad una retta parallela agli assi coordinati (con dimostrazione). Punto medio di un segmento del piano (senza dimostrazione). Asse di un segmento (definizione). Equazione di una retta parallela all'asse x , risp.^{te} all'asse y , (cioè la condizione cui devono soddisfare le coordinate di tutti e soli i punti della retta, dimostrazione "intuitiva" per via grafica). Equazione della bisettrice di 1° e 3° quadrante, risp.^{te} di 2° e 4° quadrante, (cioè la condizione cui devono soddisfare le coordinate di tutti e soli i punti della bisettrice, dimostrazione "intuitiva" per via grafica). Punto simmetrico rispetto alle bisettrici. Equazione cartesiana di una retta passante per due punti (senza dimostrazione). Forma implicita, $ax + by + c = 0$, e forma esplicita, $y = mx + q$, dell'equazione di una retta. Significato geometrico del coefficiente angolare m

¹ Dicevamo a lezione che l'obiettivo, nel passare dalla geometria sintetica alla geometria razionale, era di caratterizzare i punti che definiscono una figura con un'equazione algebrica. Cioè passare da un qualcosa che possiamo rappresentarci graficamente a livello intuitivo (quindi più "concreto", come lo è un disegno) in qualcosa come una formula algebrica (che è più "eterea", più astratta) su cui poter agire con gli strumenti dell'algebra dei polinomi, studiati nel primo anno.

e dell'intercetta q . Le condizioni di parallelismo ($m = m'$) e le condizioni di ortogonalità ($m \cdot m' = -1$) tra due rette. La retta passante per un dato punto e con coefficiente angolare assegnato. La totalità delle rette passante per un punto assegnato (fascio di rette proprio). La totalità delle rette con direzione fissa (fascio di rette improprio). Calcolo del centro di un fascio di rette proprio. Distanza punto-retta. Caratterizzazione analitica di semirette, semipiani, angoli, rettangoli e semplici poligoni.

EQUAZIONI DI 2° GRADO IN UNA INCOGNITA

Definizione. I due principi di equivalenza per le equazioni (richiamo). Equazione pura, spuria e completa. Come determinare le soluzioni per i primi due tipi di equazioni. Il metodo del completamento dei quadrati per risolvere l'equazione generale. Il discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$. Soluzioni di un'equazione di 2° grado completa. Soluzioni e segno del discriminante. Relazione tra soluzioni e coefficienti. Scomposizione di un polinomio in x di secondo grado.

Equazioni di 2° grado frazionarie: condizioni di esistenza e soluzioni. Equazioni letterali ed equazioni parametriche.

DISEQUAZIONI DI 2° GRADO IN UNA INCOGNITA

La parabola (definizione come luogo di punti del piano). L'equazione cartesiana di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y . Come disegnare il grafico di una parabola nota la sua equazione cartesiana $y = ax^2 + bx + c$. Relazione tra la posizione del vertice nel piano cartesiano ed il segno del coefficiente direttore del polinomio $ax^2 + bx + c$. Il calcolo numerico dell'ascissa del vertice (e quindi dell'ordinata) mediante intersezione con il fascio improprio di rette ortogonali all'asse di simmetria (facoltativo). Dal segno del discriminante Δ alle intersezioni del grafico della parabola con l'asse delle ascisse. Risoluzione di una disequazione di 2° grado per via grafica.

CIRCONFERENZA E CERCHIO

Luogo geometrico (definizione). Caratterizzazione dell'asse di un segmento come luogo geometrico dei punti del piano. Caratterizzazione della bisettrice di un angolo come luogo geometrico dei punti del piano. Definizione di circonferenza (come luogo di punti del piano equidistanti da un punto detto centro). Il raggio ed il centro di una circonferenza. Punti interni ed esterni ad una circonferenza. Definizione di cerchio. Ogni circonferenza è univocamente determinata da 3 punti non allineati. Definizione di corda e di diametro. Perpendicolare ad una corda. Relazione tra le corde e la distanza dal centro. Relazione tra

corde e distanza dal centro (in particolare, due corde alla stessa distanza dal centro sono congruenti). Definizioni: angoli a centro, archi di una circonferenza, settori circolari, semicirconferenza, semicerchio, quadrante circolare, segmento circolare ad una e due basi. Corrispondenza tra corde, archi ed angoli al centro. Posizione reciproca tra retta e circonferenza: retta secante, retta tangente e retta esterna. Rette tangenti ad una circonferenza per un punto esterno. Posizione reciproca di due circonferenze e distanza tra i raggi. Definizione di angolo alla circonferenza e di angolo a centro. Relazione tra angolo alla circonferenza e corrispondente angolo al centro (teorema 18 e corollari 1 e 2). Somma degli angoli interni ad un poligono convesso di $n \geq 3$ lati. Richiami su alcuni criteri di congruenza dei triangoli. Altezza, mediana e bisettrice in un triangolo isoscele.

SUPERFICI EQUIVALENTI E AREE

Equivalenza ed equiscomponibilità. Superfici equivalenti e simbolismo. Proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva della equivalenza tra superfici. Somma e differenza di superfici equivalenti sono ancora equivalenti. Il piccolo teorema di Talete. Teorema dei punti medi di un triangolo. Teoremi di equivalenza: parallelogramma-rettangolo, parallelogramma-parallelogramma, triangolo-rettangolo, triangolo-triangolo, trapezio-triangolo, poligono-triangolo. Definizione di area. Calcolo dell'area dei principali poligoni.

Torino, 22/Giugno/2024

il docente

Maurizio Parasmò