

Liceo Scientifico Statale “C. Cattaneo”

A.S. 2023/24

Docente: Andrea Ziggioto

Classe: **1D**

Libro di testo: Matematica.BLU Terza Edizione, Bergamini-Barozzi-Trifone, Ed. Zanichelli, Volume 1

ARITMETICA

Insieme N e relative operazioni con relative proprietà. Teorema fondamentale dell'aritmetica. Legge di annullamento del prodotto. MCD e mcm fra numeri. Numeri primi e teorema sull'esistenza di infiniti numeri primi.

Insieme Z e relative operazioni con relative proprietà. Definizione di valore assoluto.

Rappresentazione di Z sulla retta reale. Potenze e relative proprietà.

Insieme Q e relative operazioni con relative proprietà. Frazioni equivalenti. Minimo comune denominatore. Concetto di numero razionale. Rappresentazione di Q sulla retta reale. Densità di Q . Potenze con esponente negativo. Numeri decimali. Numeri periodici. Trasformazione di numeri decimali in frazioni e viceversa. Proporzioni. Proprietà fondamentale delle proporzioni. Proprietà delle proporzioni. Percentuali.

NUMERI REALI

I numeri reali. Definizione di radice quadrata. Numeri irrazionali. Rappresentazione decimale dei numeri reali. Rappresentazione di numeri reali sulla retta reale. Completezza di R .

TEORIA DEGLI INSIEMI ED ELEMENTI DI LOGICA

Definizione di insieme. Insiemi finiti e infiniti. Simboli di appartenenza e non appartenenza. Rappresentazione di insiemi con diagrammi di Venn, per elencazione e con proprietà caratteristica. Insieme vuoto. Insieme universo. Sottoinsiemi. Simboli di inclusione e inclusione stretta. Sottoinsiemi propri e impropri. Intersezione e unione insiemistica e loro proprietà. Insieme complementare e insieme differenza.

Elementi di logica: negazione, congiunzione, disgiunzione, implicazione, doppia implicazione, quantificatori, condizione necessaria e sufficiente. Legami con l'insiemistica.

ALGEBRA

Calcolo letterale. Espressioni algebriche e loro classificazione. Concetto di variabile e costante. Concetto di parametro.

Monomi. Monomi simili, uguali, opposti. Grado di un monomio. Somma algebrica di monomi. Prodotto fra monomi. Potenza di un monomio. Divisione fra monomi.

Polinomi. Riduzione di un polinomio a forma normale. Polinomi uguali, opposti. Polinomio nullo. Grado di un polinomio. Somma algebrica fra polinomi. Prodotto di un monomio per un polinomio. Quoziente di un polinomio per un monomio. Prodotto fra polinomi.

Prodotti notevoli: quadrato di un binomio (con dimostrazione), differenza di due quadrati (con dimostrazione), quadrato di un trinomio (con dimostrazione), cubo di un binomio (con dimostrazione).

Divisione fra polinomi: algoritmo generale. Divisione fra polinomi con due variabili.

Scomposizione di polinomi in fattori. Polinomi riducibili e irriducibili. Raccoglimento totale e raccoglimento parziale. Scomposizione in fattori con l'uso dei prodotti notevoli. Somma e differenza di cubi (con dimostrazione). Trinomio notevole scomponibile con artificio somma-prodotto.

Radici di un polinomio. Come trovare le radici razionali di un polinomio. Teorema del resto (con dimostrazione). Teorema di Ruffini (con dimostrazione). Scomposizione in fattori con l'uso del Teorema di Ruffini.

Metodo del completamento del quadrato per scomposizione in fattori di alcuni polinomi. MCD e mcm di polinomi.

Equazioni. Terminologia. Incognite e parametri in un'equazione. Equazioni numeriche e parametriche, intere e fratte. Soluzione di un'equazione. Insieme delle soluzioni di un'equazione. Equazioni determinate, indeterminate e impossibili. Grado di un'equazione algebrica e sua forma canonica. Equazioni equivalenti. Primo e secondo principio di equivalenza (solo enunciato) e loro conseguenze.

Equazioni di primo grado: definizione e metodo risolutivo. Equazioni di grado superiore al primo risolubili con la scomposizione in fattori.

Problemi di varia natura risolubili con l'utilizzo di un'equazione di primo grado: schema da seguire per la loro risoluzione.

Frazioni algebriche. Condizioni di esistenza di frazioni algebriche. Somma algebrica, prodotto, quoziente e potenze di frazioni algebriche. Espressioni con frazioni algebriche. Applicazione del calcolo con le frazioni algebriche per la determinazione delle *formule inverse*.

Equazioni fratte: metodo risolutivo. Condizioni di esistenza di equazioni fratte.

Equazioni parametriche: risoluzione con discussione delle soluzioni.

Disequazioni: definizione e classificazione. Soluzioni di una disequazione. Disequazioni equivalenti. Principi di equivalenza per le disequazioni. Grado di una disequazione intera.

Risoluzione di disequazioni di primo grado. Sistemi di disequazioni.

Problemi di varia natura risolubili con l'utilizzo di una disequazione di primo grado o un sistema di disequazioni di primo grado.

Sistemi di equazioni. Definizione ed esempi. Soluzione di un sistema di 2 equazioni in 2 incognite con il metodo di sostituzione e con il metodo di riduzione. Soluzione di un sistema di 3 equazioni in 3 incognite con il metodo di sostituzione e con il metodo di riduzione. Sistemi fratti. Problemi riconducibili ad un sistema lineare.

INTRODUZIONE ALLA STATISTICA DESCRITTIVA

Introduzione storica alla Statistica. La Statistica come studio dei fenomeni collettivi. Le fasi dell'indagine statistica. Popolazione e unità statistica. Caratteri e modalità di un'unità statistica. Statistica descrittiva e statistica inferenziale (cenni su quest'ultima). Tabelle di distribuzioni di frequenze. Frequenza assoluta, frequenza relativa, frequenza percentuale, frequenza cumulata. Distribuzione di frequenza. Suddivisione dei dati in classi di frequenza. Tabelle a doppia entrata. Serie statistiche. Rappresentazioni grafiche dei dati: diagrammi a barre, istogrammi, aerogrammi,

diagrammi lineari. Indici di tendenza centrale: media aritmetica, media aritmetica ponderata, moda, mediana. Indici di dispersione: varianza, deviazione standard.

GEOMETRIA

Introduzione alla Geometria razionale. Enti primitivi. Teoremi, postulati, definizioni, ipotesi, tesi, dimostrazione. Teorema diretto e inverso. Dimostrazione per assurdo.

Esempio di dimostrazione: gli angoli opposti al vertice sono congruenti. Postulati fondamentali.

Rette, semirette, segmenti, linee. Angoli e poligoni. Congruenza fra figure piane. Confronto di segmenti e di angoli. Somma e differenza di segmenti e di angoli. Misura dei segmenti, degli angoli e delle superfici.

I triangoli. Primo criterio di congruenza. Secondo criterio di congruenza (con dimostrazione).

Teorema di caratterizzazione dei triangoli isosceli (con dimostrazione). Terzo criterio di congruenza (con dimostrazione). Proprietà dei triangoli isosceli (con dimostrazione). Primo teorema dell'angolo esterno (con dimostrazione). Conseguenze del primo teorema dell'angolo esterno (con dimostrazione). Classificazione dei triangoli in base agli angoli. Teorema di Pitagora (solo enunciato). Disuguaglianza triangolare (con dimostrazione).

Angoli formati da due rette attraversate da una trasversale. Teorema su angoli alterni interni, alterni esterni, coniugati e corrispondenti (con dimostrazione). Quinto postulato di Euclide e sua importanza storica. Costruzione geometrica della retta passante per un punto e parallela ad una retta data. Secondo teorema dell'angolo esterno (con dimostrazione). Somma degli angoli interni di un triangolo (con dimostrazione) e suoi corollari. Somma degli angoli interni di un poligono convesso (con dimostrazione). Criteri di congruenza dei triangoli rettangoli (con dimostrazione dei primi 3). Teorema sull'altezza relativa alla base in un triangolo isoscele (con dimostrazione).

Parallelogrammi e loro proprietà. Criterio sui parallelogrammi (con dimostrazione). I rettangoli e relative proprietà (con dimostrazione). I rombi e relative proprietà (con dimostrazione). I quadrati e relative proprietà (con dimostrazione). I trapezi e relative proprietà (con dimostrazione).

ORA DI POTENZIAMENTO

Si è lavorato molto sul senso del numero e sulla possibilità di risolvere questioni numeriche con l'aiuto dell'algebra. Inoltre si è approfondito il discorso inerente la logica matematica e i suoi legami con l'insiemistica. Inoltre si sono appresi i primi elementi per poter svolgere un'indagine statistica, argomento che verrà ripreso all'inizio del secondo anno. In particolare si sono affrontati i seguenti temi:

- 1) Perché $a^0=1$ (con a diverso da 0)?
- 2) Dimostrazione dell'esistenza di infiniti numeri primi
- 3) Concetto di Teorema, Dimostrazione, Assioma (o Postulato), Corollario, Lemma
- 4) Concetto di esempio e controesempio nella verifica di verità o falsità di un'affermazione matematica
- 5) La congettura di Goldbach sui numeri primi, i numeri primi gemelli, i numeri di Mersenne e legame con i numeri perfetti
- 6) La logica matematica: le leggi di De Morgan e legami con l'insiemistica
- 7) La logica matematica: negazione del "per ogni" e dell'"esiste"
- 8) La logica matematica: concetto di proposizione e di predicato

Si sono poi proposti alcuni lavori da svolgersi in gruppo inerenti alcuni argomenti:

- 1) Alla scoperta dei numeri primi

- 2) La Matematica dell'orologio
- 3) Il polinomio $x^4 + 4$
- 4) La fattorizzazione dei polinomio e la figura di Sophie Germain
- 5) Equazioni e principi di equivalenza, legami con l'aritmetica modulare
- 6) Svolgere un'indagine statistica su una tematica scelta

Torino, 7 giugno 2024

Il docente

Prof. Andrea Ziggioto