ESERCIZI PER LE VACANZE ESTIVE CLASSE 2 LICEO SCIENTIFICO

Gli esercizi sono suddivisi per argomento, ognuno contrassegnato con scheda A e B.

Per gli allievi che non hanno il debito formativo è sufficiente svolgere gli esercizi contrassegnati con scheda A; gli allievi con debito e quelli che hanno conseguito una valutazione di stretta sufficienza dovranno svolgere anche quelli contrassegnati con scheda B**.**

Ripassare la teoria sul libro di testo

Prof. Luigi CELESTINO

VERO O FALSO?

■ **1.** **a.** $3 < k \rightarrow -3 > -k$ ☐V ☐F

b. $k > 2 \rightarrow -\frac{1}{k} > -\frac{1}{2}$ ☐V ☐F

c. $a < 2 \rightarrow 1 < \frac{2}{a}$ ☐V ☐F

d. $0 < a < 5 \rightarrow 1 < \frac{5}{a}$ ☐V ☐F

Risolvi le seguenti disequazioni lineari intere numeriche e letterali.

■ **2.** $2x < \frac{1+x}{3} - \frac{1}{2}[x^2 - (x+2)^2]$

■ **3.** $\frac{3-2(1-x)}{2^3} + \frac{1+3x}{-2^2} \geq x + 2^{-2}$

■ **4.** $\frac{1}{a}(x-2) + \frac{x+1}{2a} > 3$

■ **5.** Determina i valori del parametro k per i quali l'equazione
$3kx + 2(x+2k) = 3 + (2-k)x$
è verificata per i valori di x minori o uguali a 4, cioè tali che sia $x \leq 4$.

Risolvi e, se necessario, discuti i seguenti sistemi di disequazioni lineari.

■ **6.** $\begin{cases} \frac{3x-5}{4} - \left(\frac{1}{3}x - 2\right) < \frac{2}{3}\left(3 + \frac{1}{2}x\right) \\ \frac{1-x}{-3^2} + \frac{4x-8}{3^3} > \frac{2-(x-1)}{9} \end{cases}$

■ **7.** $\begin{cases} x - 1 < 0 \\ 3x + 4 < 10 \\ x - (2x+5) < 0 \end{cases}$

■ **8.** $\frac{x-1+2a}{2x-4a+6} > 0$

Soluzioni

■ **1.** **a.** V **b.** V **c.** F **d.** V

■ **2.** $x > -7$

■ **3.** $x \leq -\frac{1}{4}$

■ **4.** $a = 0$, la disequazione perde significato; $a > 0$, $x > 2a + 1$; $a > 0$, $x < 2a + 1$

■ **5.** $k < 0 \vee k \geq \frac{3}{20}$

■ **6.** $2 < x < 15$

■ **7.** $-5 < x < 1$

■ 8. $a > 1$, $x < 1 - 2a \vee x > 2a - 3$; $a = 1$, $x \neq -1$; $a < 1$, $x < 2a - 3 \vee x > 1 - 2a$

Algebra 1 - Disequazioni lineari
SCHEDA B

VERO O FALSO?

■ **1.** **a.** $a < b \rightarrow -2a > -2b$ V F

b. $a < 10 \rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{10}$ V F

c. $a < 3 \rightarrow \frac{a}{3} < 1$ V F

d. $a < 3 \rightarrow \frac{1}{a} < \frac{3}{a}$ V F

e. $a < 1 \rightarrow a^2 < a$ V F

f. $a > 1 \rightarrow a^2 > a > 1$ V F

Risolvi le seguenti disequazioni.

■ **2.** $\dfrac{3x-1}{2-\frac{3}{2}} - \dfrac{2^2(x+1)}{3-(-1)^2} > \dfrac{1}{4}(6x-5)$

■ **3.** $3-\left[2-3(1-2x)\right]+(1-x)^2 \leq (2+x)(x-2)-\left[-2(x+1)\right]$

■ **4.** $\dfrac{3x+5k}{k-2} - 3 - \dfrac{4-x}{3k-6} + \dfrac{14}{6-3k} > 0$

■ **5.** Determina per quali valori del parametro a l'equazione

$$\frac{\frac{a-x}{3}}{2+\frac{1}{3}} - 7^{-1}(1+x)^2 = a + \frac{x(1-x)}{7}$$

è verificata da valori di x maggiori di 2, cioè da $x > 2$.

■ **6.** $\dfrac{1-x}{2+x} > 0$

■ **7.** $\begin{cases} \dfrac{x-3}{x-1} < \dfrac{3+2x}{2-2x} + \dfrac{1}{4} \\ \dfrac{x-2}{1+x} < 3 \end{cases}$

■ **8.** Determina per quali valori del parametro k la soluzione dell'equazione

$1+4x-(2k+1)x = 3-k(2x-5)$

soddisfa la condizione $2 \leq x < 6$.

1. **a.** V **b.** F **c.** V **d.** F **e.** F **f.** V

2. $x > \frac{11}{10}$

3. $x \geq \frac{2}{3}$

4. $k = 2$, la disequazione perde significato; $k > 2$, $x > -\frac{3}{5}k$; $k > 2$, $x < -\frac{3}{5}k$

5. $a < -\frac{3}{2}$

6. $-2 < x < 1$

7. $\frac{5}{7} < x < 1$

8. $\frac{4}{5} \leq k < \frac{16}{5}$

Algebra 2 - Il piano cartesiano e la retta
SCHEDA A

1. Il parallelogramma $ABCD$ ha due vertici consecutivi nei punti $A(4;2)$ e $B(11;3)$ e le diagonali che si intersecano nel punto $M(9;5)$. Calcola le coordinate degli altri due vertici.

2. Determina le coordinate dei vertici di un quadrato il cui lato misura 6, sapendo che giace nel quarto quadrante, che ha i lati paralleli agli assi cartesiani e ha un vertice nel punto $A(1;-3)$.

3. Rappresenta nel piano cartesiano il triangolo di vertici $A(2;-2)$, $B(8;-5)$, $C(5;4)$; verifica che è isoscele sulla base BC e determina la misura del perimetro. Detto M il punto medio di BC, calcola la misura della mediana AM e, successivamente, la misura dell'area del triangolo ABC.

4.
a. Verifica che il punto $A(2;6)$ ha uguale distanza dai punti $B(2;1)$, $C(6;3)$, $D(6;9)$.
b. Scrivi l'equazione degli assi dei segmenti BC e CD.
c. Verifica che il punto di intersezione dei due assi è A.

5. Scrivi l'equazione della retta r che taglia gli assi cartesiani nei punti $A\left(-\frac{5}{2};0\right)$ e $B(0;5)$; dal punto $C(3;1)$ conduci la retta s parallela a r e calcola la distanza tra r e s. Considera poi il punto $D\left(\frac{1}{2};-4\right)$ sulla retta s e verifica che il quadrilatero $ABCD$ è un parallelogramma. Successivamente
a. scrivi le equazioni dei lati AD e BC e delle diagonali AC e BD;
b. verifica se il parallelogramma $ABCD$ è un rettangolo;
c. verifica se il parallelogramma $ABCD$ è un rombo.

6. Determina l'equazione della retta s, passante per il punto $A(2;3)$ e parallela alla retta r di equazione $y=x$; successivamente calcola la distanza tra le rette r e s. Considera il parallelogramma che ha due lati consecutivi sulla retta r e sull'asse y e un vertice in A e calcolane le misure del perimetro e dell'area.

VERO O FALSO?

7. Considera le rette di equazioni $y=-\frac{1}{3}x-1$ e $x-3y-3=0$. Esse
a. intersecano l'asse x in punti simmetrici rispetto all'origine degli assi cartesiani; V F
b. passano entrambe per il punto $P\left(-1;\frac{4}{3}\right)$; V F
c. hanno la stessa ordinata all'origine; V F
d. sono perpendicolari tra loro. V F

■ **1.** $C(14;8)$; $D(7;7)$

■ **2.** $(7;-3)$; $(7;-9)$; $(1;-9)$

■ **3.** $2p = 2\sqrt{45}+90$; $M\left(\frac{13}{2};-\frac{1}{2}\right)$; $AM = \frac{\sqrt{90}}{2}$; $S = \frac{45}{2}$

■ **4.** **b.** $2x+y=10$; $y=6$

■ **5.** $r:\ y=2x+5$; $s:\ y=2x-5$; $\sqrt{20}$;
a. $AD:\ 4x+3y+10=0$; $BC:\ 4x+3y-15=0$; $AC:\ 2x-11y+5=0$; $BD:\ 18x+y-5=0$;
b. no **c.** no

■ **6.** $s: y = x+1$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $2p = 4\sqrt{2}+2$; $s = 2$

■ **7.** **a.** V **b.** F **c.** V **d.** F

Algebra 2 - Il piano cartesiano e la retta SCHEDA **B**

■ **1.** Stabilisci la natura del quadrilatero individuato dalle rette di equazioni

$7x-y-50=0 \qquad 3x-4y+25=0 \qquad 3x-4y=0 \qquad 4x+3y-25=0$

e determina i suoi vertici.

■ **2.** Dato il triangolo di vertici $A(2;4)$, $B(7;-1)$ e $C(6;6)$, scrivi l'equazione della mediana BM e verifica che BM è anche altezza relativa al lato AC. Determina l'ortocentro del triangolo ABC e la distanza dell'ortocentro dal lato BC.

VERO O FALSO?

■ **3.** Le rette di equazioni $15x-21y+4=0$ e $y=\frac{5}{7}x$ sono parallele. V F

■ **4.** La retta passante per il punto $A(3;4)$ e perpendicolare alla retta di equazione $y=2x+1$ ha equazione $2x+4y+21=0$. V F

■ **5.** L'equazione $y-1=m(x-3)$ rappresenta tutte le rette che passano per il punto $A(1;3)$. V F

■ **6.** $x=5$ è l'equazione della perpendicolare condotta dal punto $A(5;-6)$ all'asse delle ascisse. V F

■ **7.** Scrivi l'equazione della perpendicolare alla bisettrice del secondo e quarto quadrante condotta dal punto $A(8;-3)$.

■ **8.** I punti $A(-6;0)$ e $B(0;4)$ sono vertici della diagonale del parallelogramma $ACBD$. Sapendo che il prodotto dei coefficienti angolari delle diagonali di $ACBD$ è uguale a $-\frac{2}{3}$ e che il vertice C appartiene all'asse x, determina:

a. le coordinate dei vertici C e D;
b. le equazioni dei lati di $ACBD$;
c. il perimetro e l'area di $ACBD$.

Algebra 2 - Il piano cartesiano e la retta SCHEDA **B** Soluzioni

■ **1.** trapezio rettangolo; vertici: $(1;7)$; $(4;3)$; $(8;6)$; $(9;13)$

■ **2.** $y=-2x+13$; $\left(\frac{13}{3};\frac{13}{3}\right)$; $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

■ **3.** V

■ **4.** F

■ **5.** F

■ **6.** V

■ **7.** $x-y-11=0$

■ **8.** **a.** $C(-1;0)$; $D(-5;4)$
b. $x=0$; $4x-y+4=0$; $y=4$; $4x-y+24=0$
c. $10+2\sqrt{17}$; 20

Algebra 2 - Radicali in $\mathbb{R}$ SCHEDA **A**

■ **1.** Determina la condizione di esistenza del seguente radicale.

$$\sqrt[6]{\frac{x^2\left(x^2-4\right)\left(4+x^2\right)}{(3x-2)^3}}$$

■ **2.** Quale tra le seguenti affermazioni è errata?

[a] $\sqrt[4n]{2^n a^{2n} y^{n^3}} = \sqrt[4]{2a^2 y^{n^2}}$, per n pari e $\forall a \in \mathbb{R}$, $\forall y \in \mathbb{R}$.

[b] $\sqrt[4n]{2^n a^{2n} y^{n^3}} = \sqrt[4]{2a^2 y^{n^2}}$, per n dispari e $\forall a \in \mathbb{R}$, $\forall y \in \mathbb{R}$.

[c] $\sqrt[4n]{2^n a^{2n} y^{n^3}} = \sqrt[4]{2a^2 y^{n^2}}$, per n dispari e $\forall a \in \mathbb{R}$, $y \geq 0$.

Esegui le seguenti operazioni e semplifica i risultati ottenuti.

■ **3.** $$\left[\frac{\left(1-\sqrt{a}\right)^3+\left(2\sqrt{a}-1\right)^2-\left(3\sqrt{a}-2\right)\left(3\sqrt{a}+2\right)+a\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}+6\right]\frac{1-a}{2\sqrt{a}}$$

■ **4.** $$\left(\sqrt{4-2\sqrt{3}}+\sqrt{9+4\sqrt{2}}\right):\left(\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)$$

■ **5.** Risolvi la seguente equazione.

$$x-\sqrt{2a}=\left(x-\frac{\sqrt{2a}}{2}\right)\cdot\sqrt{2a}$$

VERO O FALSO?

■ **6.**

a. Per $-2 \leq a \leq 2$ è $\sqrt[6]{4-a^2} = -\sqrt[6]{a^2-4}$ [V] [F]

b. Per $x \neq 0$ è $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = -\dfrac{1}{\sqrt[3]{-x}}$ [V] [F]

c. $\sqrt[6]{(x^2-1)^2} = \sqrt[3]{x^2-1}$ [V] [F]

d. $\left[\sqrt[4]{\left(\sqrt[3]{x}\right)}\right]^4 = \sqrt[3]{x}$ [V] [F]

Algebra 2 - Radicali in $\mathbb{R}$ SCHEDA **A** Soluzioni

■ **1.** $-2 \leq x < \dfrac{2}{3} \vee x \geq 2$

■ **2.** [b]

■ **3.** $\dfrac{1+3\sqrt{a}+2a}{2}$

■ **4.** $-\dfrac{11+4\sqrt{6}}{5}$

■ **5.** $a > 0 \wedge a \neq \dfrac{1}{2}$, $x = \dfrac{\sqrt{2a}-a}{2\left(1-\sqrt{2a}\right)}$; $a = \dfrac{1}{2}$, impossibile

■ **6.** **a.** [F] **b.** [V] **c.** [F] **d.** [F]

Algebra 2 - Radicali in $\mathbb{R}$ SCHEDA **B**

■ **1.** Determina le condizioni di esistenza del radicale $\sqrt[4]{\dfrac{2x+5}{3-2x}}$.

■ **2.** Semplifica i seguenti radicali.

$$\sqrt[3]{\frac{a^6}{x^9y^{15}}} \qquad \sqrt[9]{\frac{(x+1)^6a^3}{27(x^2+1)^3}} \qquad \sqrt[4]{\frac{(x^2+1)^2(x-2)^4}{9(2x-3)^2}}$$

■ **3.** Esegui le operazioni indicate dopo aver razionalizzato i denominatori delle frazioni.

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt[3]{12}}:\frac{1}{\sqrt[4]{12}}\right)^2$$

■ **4.** Risolvi il seguente sistema.

$$\begin{cases}\sqrt{3}x-5\sqrt{2}y=-24\\ \dfrac{1}{\sqrt{3}}x-2\sqrt{6}y=-12\sqrt{3}\end{cases}$$

■ **5.** Trasforma in potenze con esponente razionale i radicali presenti nell'espressione

$$3\sqrt{\frac{1}{3}\sqrt[5]{2}}\cdot\sqrt{\frac{3}{2}\sqrt[3]{4}}$$

e, applicando le proprietà delle potenze, calcolane il valore.

■ **6.** Risolvi la seguente disequazione.

$$\frac{\sqrt{2}x-\sqrt{3}}{\sqrt{8}-x\sqrt{18}}<1$$

Risolvi le seguenti disequazioni intere o frazionarie.

■ **7.** $1-\sqrt{3}x<2+x$

■ **8.** $\dfrac{\sqrt{3}x-1}{x-1}+\dfrac{x+1}{\sqrt{3}x-\sqrt{3}}-\dfrac{x+\sqrt{3}}{1-x}\le 0$

Algebra 2 - Radicali in $\mathbb{R}$ SCHEDA **B** Soluzioni

■ **1.** $-\dfrac{5}{2}\le x<\dfrac{3}{2}$

■ **2.** $\dfrac{a^2}{x^3y^5}$; $\sqrt[3]{\dfrac{(x+1)^2a}{3\left(x^2+1\right)}}$; $\sqrt{\dfrac{\left(x^2+1\right)(x-2)^2}{3|2x-3|}}$

■ **3.** $\dfrac{4\sqrt[6]{2\cdot3^5}-3\sqrt[3]{12}}{6}$

■ **4.** $\begin{cases}x=2\sqrt{3}\\ y=3\sqrt{2}\end{cases}$

■ **5.** $3\cdot2^{-\frac{1}{15}}$

■ **6.** $x<\dfrac{2}{3}\vee x>\dfrac{\sqrt{6}+4}{8}$

■ **7.** $x>\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$

■ **8.** $\dfrac{8\sqrt{3}-19}{13}\le x<1$

Algebra 2 - Equazioni di secondo grado e di grado superiore
SCHEDA A

■ **1.** Per quale valore del parametro k l'equazione $3x^2-(5k-4)x-27=0$ risulta incompleta pura? Determinandone poi le soluzioni, verifica che, in questo caso, esse sono reali e opposte.

■ **2.** Determina i valori di k per i quali l'equazione $5x^2-\left(3k^2+2k-4\right)x+k^2-2k+1=0$ risulta incompleta e spuria; per il valore di k così trovato, calcolane le soluzioni.

Risolvi le seguenti equazioni.

■ **3.** $\dfrac{5x-8}{2}+(1-2x)^2=\dfrac{3}{2}x-\left[2-(1-x)(1+x)\right]$

■ **4.** $(a-2)x^2-2ax+a+2=0$

■ **5.** $\dfrac{8}{1-x^2}+3=\dfrac{4}{x^2+1}\left(1+\dfrac{1+x^2}{1-x^2}\right)$

■ **6.** Data l'equazione $kx^2-2(k-1)x+k-2=0$, determina il parametro k in modo che

a. le radici siano reali
b. le radici siano coincidenti
c. le radici siano opposte
d. le radici siano discordi
e. la somma delle radici sia uguale a 8
f. l'equazione ammetta una radice uguale a 1
g. entrambe le radici siano positive

■ **7.** Determina due numeri conoscendo la loro somma, uguale a $3a\sqrt{6}$, e il loro prodotto, uguale a $12a^2$.

■ **8.** Semplifica la frazione algebrica $\dfrac{a^2+4a\sqrt{3}+12}{2a^2+3a\sqrt{3}-6}$.

■ **9.** Risolvi il seguente problema.

La somma di due numeri positivi è 20 e la differenza tra il quadrato del minore e i $\dfrac{3}{4}$ del maggiore è 55. Trova i due numeri.

■ **10.** Scrivi l'equazione biquadratica le cui soluzioni sono ± 5 e ± 2.

■ **11.** Determina per quali valori del parametro k l'equazione

$$\left(k^3+1\right)x^2-2\left(2k^3+1\right)x+4=0$$

ha radici coincidenti.

■ **12.** Senza risolvere le seguenti equazioni biquadratiche, determina se esse ammettono radici reali e quante sono.

a. $x^4-6x^2+10=0$
b. $x^4-8x^2+10=0$
c. $x^4+12x^2-64=0$
d. $4x^4-12x^2+9=0$

■ **1.** $k = \frac{4}{5}$; $x = \pm 3$

■ **2.** $k = 1$; $x = 0 \vee x = \frac{1}{5}$

■ **3.** $x = 1 \vee x = -\frac{2}{5}$

■ **4.** $a = 2$, $x = 1$; $a \neq 2$, $x = 1 \vee x = \frac{a+2}{a-2}$

■ **5.** $\pm\sqrt{3}$

■ **6.** **a.** $\forall k \in R$
b. nessun valore di k
c. $k = 1$
d. $0 < k < 2$
e. $k = -\frac{1}{3}$
f. $\forall k \in R$
g. $k < 0 \vee k > 2$

■ **7.** $a\sqrt{6}$ e $2a\sqrt{6}$

■ **8.** $\frac{a+2\sqrt{3}}{2a-\sqrt{3}}$

■ **9.** 8 e 12

■ **10.** $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$

■ **11.** $k = \pm\sqrt[6]{\frac{3}{4}}$

■ **12.** **a.** nessuna radice reale
b. quattro radici reali distinte a due a due opposte
c. due radici reali opposte
d. quattro radici reali a due a due coincidenti e opposte tra loro

Algebra 2 - Equazioni di secondo grado e di grado superiore
SCHEDA B

■ **1.** Determina i parametri k e h dell'equazione $kx^2 - 5x + 2h - 3 = 0$ in modo che le sue soluzioni siano $x = 0$ e $x = \frac{3}{4}$.

■ **2.** Risolvi l'equazione $x^2 - 2(a-1)x + 4 + a^2 = 0$ e determina per quali valori del parametro a le sue soluzioni sono reali.

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

■ **3.** Quale delle seguenti equazioni ha radici coincidenti?

a $4x^2 - 2x + 1 = 0$

b $x^2 + 25 = 0$

c $x^2 - 4x + 4 = 0$

d $6x^2 - 54 = 0$

■ **4.** In quale delle seguenti equazioni si verifica che $x_1 + x_2 = 3a + \sqrt{3}$?

a $x^2 + \left(3a + \sqrt{3}\right)x + 3a\sqrt{3} = 0$

b $x^2 - \left(3a + \sqrt{3}\right)x = 0$

c $x^2 - 3a\sqrt{3}x = 0$

d $\sqrt{3}x^2 - \left(3a + \sqrt{3}\right)x + 3\left(\sqrt{3}a + 1\right) = 0$

■ **5.** Scomponi in fattori di primo grado i seguenti trinomi:

a. $x^2 - 9x + 18$

b. $3x^2 - x - 2$

c. $3x^2 + \sqrt{3}x - 2$

d. $10x^2 + 6\sqrt{10}x + 9$

■ **6.** Determina per quali valori di a nell'equazione $x^2 + 2(2-a)x + a^2 = 0$ si verifica che

a. le radici sono reali
b. le radici sono uguali
c. una radice è zero
d. una radice è -4
e. le radici sono discordi
f. le radici sono entrambe negative

■ **7.** Risolvi l'equazione $kx^2 - (2k-3)x + k - 3 = 0$ e poi determina i valori di k per i quali si verifica che

a. le radici sono reali
b. le radici sono coincidenti
c. le radici sono opposte
d. le radici sono discordi
e. l'equazione diventa di primo grado
f. la somma delle radici è maggiore di 5
g. delle due radici, la maggiore in valore assoluto è positiva e l'altra è negativa

■ **8.** Risolvi il seguente problema.
In un numero di due cifre la cifra delle decine è doppia di quella delle unità e il prodotto delle sue cifre supera di una unità la sesta parte del numero stesso. Trova il numero.

Risolvi le seguenti equazioni.

■ **9.** $\frac{x^2+3}{x^4-2x^2+1}-\frac{1}{2x^2-2}+\frac{5+x^2}{1-x^4}=0$

■ **10.** $(x^2-x)^4-13(x^2-x)^2+36=0$

■ **1.** $k=\frac{20}{3}$ e $h=\frac{3}{2}$

■ **2.** $a\le -\frac{3}{2}$; $a-1\pm\sqrt{-2a-3}$

■ **3.** $\boxed{\text{c}}$

■ **4.** $\boxed{\text{b}}$

■ **5.** **a.** $(x-3)(x-6)$

b. $3(x-1)\left(x+\frac{2}{3}\right)=(x-1)(3x+2)$

c. $3\left(x-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(x+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{1}{3}\left(3x-\sqrt{3}\right)\left(3x+2\sqrt{3}\right)$

d. $10\left(x+\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)^2$

■ **6.** **a.** $a\le 1$ **b.** $a=1$ **c.** $a=0$ **d.** $a=0$ **e.** impossibile **f.** $a\le 1$

■ **7.** **a.** $\forall k\in \mathrm{R}$ **b.** nessun valore di k **c.** $k=\frac{3}{2}$ **d.** $0<k<3$ **e.** $k=0$ **f.** $-1<k<0$ **g.** $\frac{3}{2}<k<3$

■ **8.** 42

■ **9.** $\pm\sqrt[4]{17}$

■ **10.** -1; 2; $\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

Algebra 2 - Equazioni di secondo grado e di grado superiore (seconda parte)
SCHEDA A

Risolvi le seguenti equazioni.

■ **1.** $x^2 - 13x + 40 = 0$

■ **2.** $\left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2 - 3(x+4) = 0$

■ **3.** $\frac{13+31x}{2} + 5x\left(3x - \frac{1}{2}\right) = \frac{(5x+1)^2 + 3(5x+4)}{2} + 2$

■ **4.** $4x^2 - 3x + 1 = \left(\sqrt{3}x - 1\right)\left(\sqrt{3}x + 1\right)$

■ **5.** $kx^2 + 2(3-k)x - 3(k-2) = 0$

■ **6.** Determina due numeri la cui somma è 5 e il prodotto -24.

■ **7.** Dopo aver verificato che le radici dell'equazione $x^2 - (2+a)x + a + 1 = 0$ sono reali per qualsiasi valore di $a \in \mathbb{R}$, determina per quali valori di a si verifica che

a. le radici sono coincidenti
b. le radici sono opposte
c. l'equazione è spuria
d. la somma delle radici è 5
e. il prodotto delle radici è 10
f. le radici sono discordi

■ **8.** Considera l'equazione $(2-k)x^2 - 2(k-1)x - k = 0$ e indica se sono vere o false le seguenti affermazioni:

a. le radici sono reali e distinte per qualsiasi valore reale di k V F
b. per $k = 1$ l'equazione è spuria V F
c. per $k = 2$ l'equazione è di primo grado V F
d. per $k = 0$ l'equazione è verificata solo da $x = 0$ V F
e. il prodotto delle radici è uguale a $\frac{k}{k-2}$ V F
f. la somma delle radici è $\frac{k-1}{2-k}$ V F
g. le radici sono concordi se è $k < 0 \vee k > 2$ V F

■ **9.** Semplifica la frazione algebrica $\frac{3x^2 - 8x + 4}{3x^2 - 5x + 2}$. Ottenuta la frazione $\frac{x - ...}{x - ...}$, considera le due equazioni corrispondenti $\frac{3x^2 - 8x + 4}{3x^2 - 5x + 2} = 0$ e $\frac{x - ...}{x - ...} = 0$ e risolvile. Sono equivalenti le due equazioni?

■ **10.** Risolvi il seguente problema.
Nel triangolo isoscele ABC la base BC supera di 4 cm il lato e l'altezza AH, relativa alla base BC, è lunga 16 cm. Calcola l'area del triangolo.

■ **11.** $32x^5 + a^5 = 0$

■ **12.** $x^{10} + 3x^5 - 18 = 0$

■ **1.** 5; 8

■ **2.** $\pm 2\sqrt{3}$

■ **3.** $-1\,;\ \frac{4}{5}$

■ **4.** 1 e 2

■ **5.** $k=0\,,\ x=-1;\ k\neq 0\,,\ x=-1 \vee x=\frac{3k-6}{k}$

■ **6.** 8 e -3

■ **7.** **a.** $a=0$ **b.** $a=-2$ **c.** $a=-1$ **d.** $a=3$ **e.** $a=9$ **f.** $a<-1$

■ **8.** **a.** V **b.** F **c.** V **d.** F **e.** V **f.** F **g.** V

■ **9.** $\frac{x-2}{x-1}$; sì

■ **10.** $192\,\text{cm}^2$

■ **11.** $-\frac{a}{2}$

■ **12.** $\sqrt[5]{3}\ ;\ -\sqrt[5]{6}$

Algebra 2 - Equazioni di secondo grado e di grado superiore (seconda parte)
SCHEDA B

Risolvi le seguenti equazioni.

■ **1.** $x^2 - 3x - 28 = 0$

■ **2.** $(2x-3)^2 + 24x = 0$

■ **3.** $\dfrac{3x}{x-1} + \dfrac{2\left(x^2+2\right)}{1-x^2} = \dfrac{4}{x+1}$

■ **4.** $\left(x-1\right)\left(x-3\right) + \sqrt{3}\left(\sqrt{3}x - 8\right) = \sqrt{3}x\left(\sqrt{3} - 4\right) + 3$

■ **5.** Determina due numeri la cui somma è $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ e il cui prodotto è -2.

■ **6.** Scomponi in fattori il trinomio di secondo grado $2x^2 + 5x - 3$.

■ **7.** Considera l'equazione $2kx^2 + \left(8k-1\right)x + 8k = 0$ e determina per quali valori del parametro k si verifica che

a. le radici sono reali
b. le radici sono coincidenti
c. le radici sono opposte
d. la somma delle radici reali è positiva
e. le radici sono discordi
f. una radice è uguale a zero.
g. Perché in questo caso, conoscendo la radice x_1, per esempio $x = 3$, si può dedurre l'altra radice x_2 indipendentemente dal valore di k ?

■ **8.** Considera l'equazione $\left(k-1\right)x^2 + 2\left(3k-1\right)x + 9k = 0$. Determina per quali valori del parametro k si ha che

a. le radici sono reali e distinte
b. la somma delle radici reali è minore di 4
c. entrambe le radici sono negative
d. una radice è tripla dell'altra, cioè $x_1 = 3x_2$

■ **9.** Esprimi per la generica equazione $ax^2 + bx + c = 0$, in funzione dei coefficienti a , b , c , la somma dei reciproci delle radici e poi la somma dei quadrati delle radici.

(Osserva che $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \dfrac{.......}{.......} = ...$ e che $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = ...$) .

Successivamente, considera l'equazione $x^2 - 2kx - 4\left(k+1\right) = 0$ e determina i valori di k affinché si abbia

a. $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = 4$

b. $x_1^2 + x_2^2 = 68$

Verifica poi i risultati ottenuti, dopo aver risolto l'equazione data.

■ **10.** Risolvi il seguente problema.
In un rettangolo la base supera di 3 m il triplo dell'altezza e la diagonale supera la base di 1 m. Determina l'area del rettangolo.

■ **11.** $(x^3 - 8)^4 = 1$

■ **12.** $x^3 - \dfrac{1}{x} = \dfrac{(x^2+1)^2}{x}$

■ **1.** $-4\,;\,7$

■ **2.** $-\frac{3}{2}\,;\,-\frac{3}{2}$

■ **3.** 0

■ **4.** $2\left(3-\sqrt{3}\right);\ -2\left(\sqrt{3}+1\right)$

■ **5.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $-2\sqrt{2}$

■ **6.** $2(x+3)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

■ **7.** **a.** $k \le \frac{1}{16}$

b. $k = \frac{1}{16}$

c. $k = \frac{1}{8}$

d. $0 < k \le \frac{1}{16}$

e. impossibile

f. $k = 0$

g. $x_1 \cdot x_2 = 4 \rightarrow x_2 = \frac{4}{3}$

■ **8.** **a.** $k > -\frac{1}{3}$

b. $-\frac{1}{3} \le k < \frac{3}{5} \vee k > 1$

c. $-\frac{1}{3} \le k < 0 \vee k > 1$

d. $k = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{3}$

■ **9.** $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}\,;\ x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}\,;$

a. $k = -\frac{8}{9}$

b. $k = 5 \vee k = 3\,;\ x_1 = -2\,;\ x_2 = 2(k+1)$

■ **10.** $168\,\mathrm{m}^2$

■ **11.** $\sqrt[3]{9}\,;\ \sqrt[3]{7}$

■ **12.** impossibile

Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.

1. Se il quadrato di un numero è uguale all'opposto del numero stesso, allora:
  - **a.** il numero dato non può essere reale
  - **b.** il numero dato può essere negativo o nullo
  - **c.** il numero dato può essere solo 0
  - **d.** il numero dato è sicuramente reale e positivo
  - **e.** non esiste un numero che goda di tale proprietà

2. Se in un'equazione di secondo grado manca il termine noto, allora:
  - **a.** l'equazione non ha soluzioni reali
  - **b.** l'equazione ha due soluzioni coincidenti
  - **c.** l'equazione ha sicuramente il discriminante positivo
  - **d.** l'equazione ha sicuramente il discriminante non negativo
  - **e.** l'equazione ha sicuramente il discriminante nullo

3. Un'equazione di secondo grado $ax^2+bx+c=0$ ha una radice uguale a 1 e l'altra diversa da 1, il secondo coefficiente positivo e il terzo negativo.
  - **a.** Spiega perché il trinomio $y=ax^2+bx+c$ può essere rappresentabile graficamente con una parabola simile a una delle due riportate in **figura 1**, indicando in particolare in quale caso si ha la situazione corrispondente alla parabola disegnata con linea continua e in quale quella con linea tratteggiata.
  - **b.** Spiega perché nel primo caso si ha $x_2>0$ e nel secondo $x_1<0$.
  - **c.** Spiega, infine in merito a quali considerazioni sono stati rappresentati i vertici delle parabole proprio in quelle posizioni.

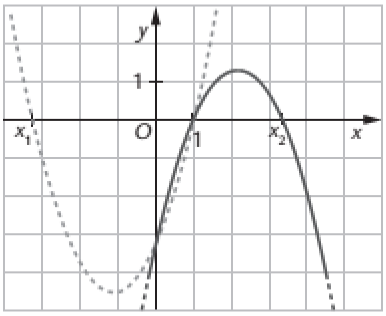


Figura 1

4. Data l'equazione $kx^2-2(k-1)x+k-3=0$, determina k affinché essa ammetta:
  - **a.** radici reali; [sol. k≥-1]
  - **b.** radici reali e opposte; [sol. k=1]
  - **c.** radici reali e con prodotto pari a -1; [sol. $k=\frac{3}{2}$]
  - **d.** radici reali per cui la somma coincida con il prodotto. [k=-1]

5. Nelle **figure 2** e **3** sono rispettivamente riportati:
  - il triangolo ABC rettangolo e isoscele, in cui è stato considerato un punto P sul lato AB, a distanza x da A; è stata tracciata la perpendicolare per P ad AB, che incontra BC in D e la perpendicolare ad AC per D, che incontra AC in E; è stata inoltre indicata con d la misura della diagonale del rettangolo $APDE$;
  - la parabola in cui la parte evidenziata rappresenta la funzione $y=d^2(x)$.

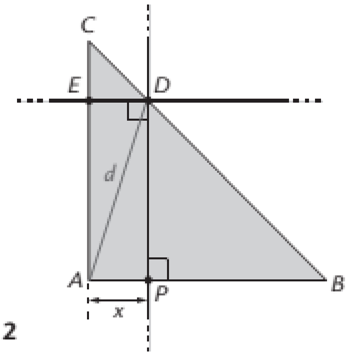


Figura 2

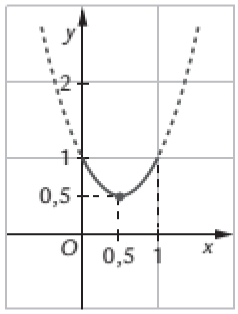
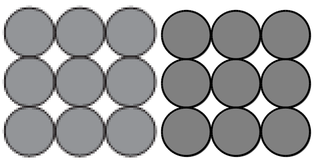


Figura 3

Utilizzando i riferimenti indicati sul grafico della funzione, ricava le misure dei lati del triangolo. [sol. $\overline{AB} = \overline{AC} = 1$; $\overline{BC} = \sqrt{2}$

6. Luca possiede un certo numero di monete da 1 euro. Disponendole a formare un quadrato, come nell'esempio riportato in figura 4, ne avanza 8; se ne possedesse il doppio invece potrebbe formare esattamente un quadrato, il cui lato sarebbe di 4 monete in più rispetto al precedente, senza avanzarne. Può, con le monete a sua disposizione, Luca acquistare uno zaino da 69 euro?

Figura 4



[si perché Luca possiede 72 monete]

7. Considerato il quadrato $ABCD$ di lato 1, prendi un punto P sul lato BC e prolunga il segmento AP, dalla parte di A, di un segmento AQ di pari lunghezza. Determina la posizione di P, affinché sia verificata la relazione $\overline{BQ}^2 + \overline{CQ}^2 = \frac{21}{2}$ [sol. accettabile $\overline{PB} = \frac{1}{2}$]

Algebra 2 - Equazioni di secondo grado e parabola
SCHEDA B

Individua la risposta esatta motivando la tua scelta.

1. Se il quadrato di un numero supera di un'unità il doppio del numero stesso, allora:
- **a.** il numero dato non può essere reale
- **b.** il numero dato può essere solo negativo o nullo
- **c.** il numero dato può essere solo pari a 1
- **d.** il numero dato è sicuramente irrazionale
- **e.** non esiste un numero che goda di tale proprietà

2. Se in un'equazione di secondo grado manca il termine di primo grado allora:
- **a.** l'equazione non ha soluzioni reali
- **b.** l'equazione ha sicuramente due soluzioni coincidenti
- **c.** l'equazione ha sicuramente il discriminante positivo
- **d.** l'equazione ha sicuramente il discriminante non negativo nessuna delle precedenti affermazioni è vera

3. Un'equazione di secondo grado $ax^2 + bx + c = 0$ ha le radici aventi somma uguale a 5 e differenza uguale a 3.

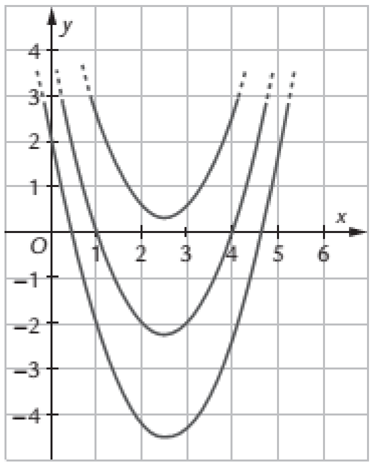


Figura 1

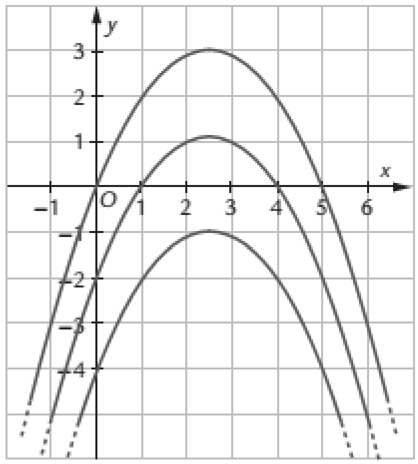


Figura 2

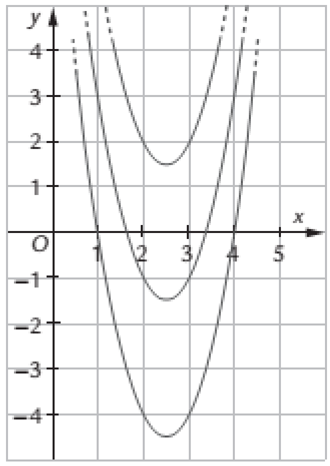


Figura 3

- **a.** In ciascuna delle **figure 1**, **2** e **3** è riportata una parabola che potrebbe essere la rappresentazione del trinomio $y = ax^2 + bx + c$: dopo averla individuata spiega la tua scelta.
- **b.** Spiega inoltre, per ciascuno dei tre casi, quale dovrà essere il segno dei coefficienti dell'equazione.
- **c.** Spiega infine in merito a quali considerazioni, per ciascuno dei tre casi, i vertici delle parabole occupano determinate posizioni sul piano.

4. Data l'equazione $kx^2 - 2(k-2)x + k - 4 = 0$, determina k affinché essa ammetta:
- **a.** radici reali; [sol. k≠0]
- **b.** radici reali e opposte; [sol. k=2]
- **c.** radici reali e con prodotto pari a -1; [sol. k=2]
- **d.** radici reali per cui la somma coincida con il prodotto. [sol. mai]

5. Nelle **figure 4** e **5** sono rispettivamente riportati:
- il quadrato $ABCD$, sui cui lati sono stati considerati quattro punti;
- la parabola in cui la parte evidenziata rappresenta la funzione $y = a(x)$, essendo a l'area del quadrilatero $PQRS$.

Utilizzando i riferimenti indicati sul grafico della funzione, ricava la misura del lato del quadrato. [sol. lato=1]

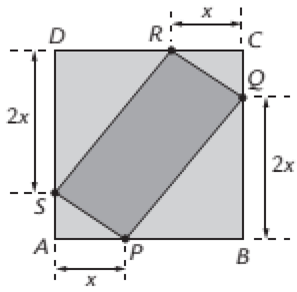


Figura 4

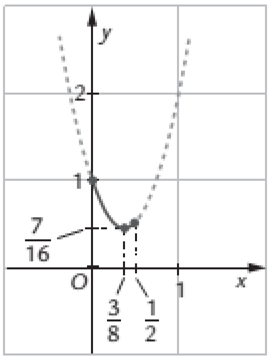


Figura 5

6. Per pavimentare una stanza rettangolare si utilizzano piastrelle rettangolari. Facendo i calcoli ci si accorge che, sia disponendo le piastrelle come in **figura 6**, sia disponendole come in **figura 7**, si riesce a ricoprire esattamente il pavimento, utilizzandone lo stesso numero in entrambi i casi. Sapendo che nel primo caso per ricoprire il lato lungo della stanza serve lo stesso numero di piastrelle che per ricoprire il lato corto, mentre nel secondo caso ne servono il doppio di prima per il lato lungo e 10 in meno di prima per il lato corto e sapendo che una scatola di piastrelle ne contiene 20 e costa 60 euro, quanto si dovrà spendere per acquistare le piastrelle necessarie?

Figura 6

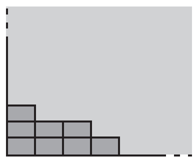
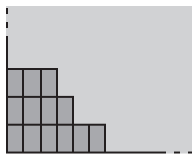


Figura 7



[sol. 400 piastrelle; 1200 euro]

7. Considerato il quadrato $ABCD$ di lato 1 prendi un punto P sul lato BC e prolunga il segmento AP, dalla parte di P, di un segmento PQ di pari lunghezza. Determina la posizione di P affinché sia verificata la relazione $\overline{BQ}^2 + \overline{CQ}^2 = 3$. [sol. $\overline{PB} = \frac{1}{2}$]

Algebra 2 - Disequazioni di secondo grado e di grado superiore

SCHEDA A

Risolvi le seguenti disequazioni e i seguenti sistemi.

■ **1.** $4x^2+4x-15>0$

■ **2.** $\left(x-2\sqrt{2}\right)\left(x+2\sqrt{2}\right)-2\left(4+\sqrt{2}x\right)\leq 0$

■ **3.** $\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}<0$

■ **4.** $\dfrac{x}{x^2+4}+\dfrac{3}{x-1}\leq\dfrac{3x^2+7x}{x^3-x^2+4x-4}$

■ **5.** $\begin{cases} x^4-10x^2+9<0 \\ \dfrac{x^2-4x+3}{3x+9}>0 \end{cases}$

■ **7.** $\dfrac{ax^2-2(a-1)x}{x-a}<0$

■ **8.** Determina per quali valori del parametro k l'equazione $x^2-2(k+3)x+k(k+6)=0$ ammette

a. radici reali

b. radici x_1 e x_2 tali che si verifichi la relazione $\dfrac{x_1\cdot x_2}{x_1+x_2}\geq 1$.

■ **9.** Data l'equazione

$\left(k^2-8k+15\right)x^2-2(k-2)x-3=0$

determina per quali valori del parametro k si ha che

a. le radici sono reali e distinte;

b. la somma delle radici è maggiore o uguale al loro prodotto;

c. il rapporto tra la somma delle radici dell'equazione e il loro prodotto è maggiore di $\dfrac{2}{3}$.

■ **1.** $x < -\frac{5}{2} \vee x > \frac{3}{2}$

■ **2.** $-2\sqrt{2} \leq x \leq 4\sqrt{2}$

■ **3.** $-2 < x < 1$

■ **4.** $x < 1 \vee 2 \leq x \leq 6$

■ **5.** $-3 < x < -1$

■ **6.** $a < 0$, $a < x < 0 \vee x > \frac{2(a-1)}{a}$;
$a = 0$, impossibile;
$0 < a < 1$, $x < \frac{2(a-1)}{a} \vee 0 < x < a$;
$a = 1$, $x \neq 0 \wedge x < 1$
$a > 1$, $x < 0 \vee \frac{2(a-1)}{a} < x < a$

■7**8.** **a.** $\forall k \in \mathrm{R}$
b. $-2-\sqrt{10} \leq k < -3 \vee k \geq \sqrt{10}-2$

■ **8.** **a.** $k \neq \frac{7}{2}$; per $k = 3$ e per $k = 5$ l'equazione è di primo grado
b. $\frac{1}{2} \leq k < 3 \vee k > 5$
c. $k < 1$

Algebra 2 - Disequazioni di secondo grado e di grado superiore
SCHEDA B

Risolvi le seguenti disequazioni e i seguenti sistemi.

1. $2x^2 - x - 15 < 0$

2. $(x-2)(x+2) + 2\sqrt{3}\left(\sqrt{3} - x\right) \geq 0$

3. $\dfrac{x^2 - x - 6}{9 - x^2} < 0$

4. $\dfrac{3x}{x^2+1} - \dfrac{5}{2x+1} \geq \dfrac{x+10}{2x^3 + 2x + x^2 + 1}$

5. $\begin{cases} x^4 - 5x^2 + 4 > 0 \\ \dfrac{x^2-1}{3x-6} < 0 \end{cases}$

7. $\dfrac{x^2 - 3ax + 2a^2}{ax - a^2} < 0$

8. Determina per quali valori del parametro k l'equazione $kx^2 - 4kx + 4k + 1 = 0$ ammette

a. 2 radici x_1 e x_2 reali e distinte;

b. 2 radici reali x_1 e x_2 per cui si verifica che $x_1^2 + x_2^2 < (x_1 \cdot x_2)^2$.

9. Dati i predicati

$p(x): \dfrac{x^4 - 81}{x^4 - x^2 - 2} > 0$ e $q(x): \dfrac{x^3 - 27}{(x-2)(x+1)} < 0$

determina l'insieme di verità del predicato $p(x) \wedge q(x)$.

Algebra 2 - Disequazioni di secondo grado e di grado superiore
SCHEDA B — Soluzioni

1. $-\dfrac{5}{2} < x < 3$

2. $x \leq \sqrt{3} - 1 \vee x \geq \sqrt{3} + 1$

3. $x < -3 \vee (x > -2 \wedge x \neq 3)$

4. $-5 \leq x < -\dfrac{1}{2} \vee x \geq 3$

5. $x < -2$

6. $a = 0$, la disequazione perde significato;
$a < 0$, $2a < x < a \vee a < x < 0$;
$a > 0$, $0 < x < a \vee a < x < 2a$

7. **a.** $k < 0$

b. $k < \dfrac{-5 - \sqrt{17}}{8} \vee \dfrac{-5 + \sqrt{17}}{8} < k < 0$

8. $\{x \in \mathrm{R} \mid x < -3 \vee -\sqrt{2} < x < -1\}$

Algebra 2 - Disequazioni di secondo grado e di grado superiore (seconda parte)
SCHEDA A

Risolvi le seguenti disequazioni e i seguenti sistemi.

■ **1.** $3x^2+(x-1)^2>2(x+4)$

■ **2.** $\dfrac{x+3}{4}-x^2>x\left(2x+\dfrac{3}{2}\right)$

■ **3.** $\dfrac{4x+x^2+3}{9+6x+x^2}\leq 0$

■ **4.** $\dfrac{1+3x}{x}-\dfrac{1}{x-2}<1$

■ **6.** $\begin{cases} 3-x^2>0 \\ \dfrac{x}{x^2-1}\leq 0 \end{cases}$

■ **7.** La disequazione $3x^2-kx<0$, con $k<0$, è verificata per

a $0<x<\dfrac{k}{3}$

b $x<0\vee x>\dfrac{k}{3}$

c $\dfrac{k}{3}<x<0$

d $x<\dfrac{k}{3}\vee x<0$

■ **8.** Determina i valori del parametro k dell'equazione $\left(k^2-4k+3\right)x^2-2kx-3=0$ per i quali si ha che

a. le radici x_1 e x_2 sono reali e distinte;

b. le radici reali verificano la relazione $x_1+x_2>x_1\cdot x_2$.

Determina il dominio delle seguenti funzioni.

■ **9.** $y=(x^4-16)^{-1}+\sqrt{x^2-9}$

■ **10.** $y=\sqrt{\dfrac{x^4-4}{x^3-4x^2}}$

■ **11.** $y=\sqrt[8]{5-x^4}$

■ **12.** $y=\sqrt[6]{\dfrac{x}{1-x^6}}$

■ **1.** $x < \frac{1-2\sqrt{2}}{2} \vee x > \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$

■ **2.** $-\frac{3}{4} < x < \frac{1}{3}$

■ **3.** $-3 < x \leq -1$

■ **4.** $1-\sqrt{2} < x < 0 \vee 2 < x < 1+\sqrt{2}$

■ **5.** $-\sqrt{3} < x < -1 \vee 0 \leq x < 1$

■ **6.** $\boxed{c}$

■ **7.** **a.** $k \neq \frac{3}{2}$ **b.** $-\frac{3}{2} < k < 1 \vee k > 3$

■ **8.** $x \leq -3 \vee x \geq 3$

■ **9.** $\left(-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \wedge x \neq 0\right) \vee x > 4$

■ **10.** $-\sqrt[4]{5} \leq x \leq \sqrt[4]{5}$

■ **11.** $x < -1 \vee x = 0 \vee x > 1$

Algebra 2 - Disequazioni di secondo grado e di grado superiore (seconda parte)
SCHEDA B

Risolvi le seguenti disequazioni e i seguenti sistemi.

■ **1.** $3(x-2)^2+6x<x^2-4(x-1)$

■ **2.** $\frac{2x^2+1}{3}<x+\frac{2x-1}{2}$

■ **3.** $\frac{(2x-3)(x-1)}{x^2-x^3}\geq 0$

■ **4.** $\frac{x}{2-x}+\frac{1-x}{3+x}\geq 2$

■ **6.** $\begin{cases} 5x+4>0 \\ \frac{6+3x}{x^2-9}<0 \end{cases}$

■ **7.** La disequazione $kx^2-3x>0$, con $k<0$, è verificata per

a $x<0 \vee x>\frac{3}{k}$

b $\frac{3}{k}<x<0$

c $0<x<\frac{3}{k}$

d $x<\frac{3}{k} \vee x>0$

■ **8.** Determina il dominio della funzione

$y=\sqrt{x^2+5x}-\sqrt{|x|-1}$

Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

■ **9.** $(x^2-3)(x^2-6x+9)(x^2-6x+8)\geq 0$

■ **10.** $x^3+x-4x^2-4<0$

■ **11.** $x^4+3x^2-4>0$

■ **12.** $x^4-10x^2+24<0$

■ **1.** impossibile

■ **2.** $\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$

■ **3.** $x \leq \frac{3}{2} \wedge x \neq 0 \wedge x \neq 1$

■ **4.** $-3 < x \leq \frac{-1-\sqrt{41}}{4} \vee \frac{-1+\sqrt{41}}{4} \leq x < 2$

■ **5.** $-\frac{4}{5} < x < 3$

■ **6.** $\boxed{\text{b}}$

■ **7.** $x \leq -5 \vee x \geq 1$

■ **8.** $x \leq -\sqrt{3} \vee \sqrt{3} \leq x \leq 2 \vee x = 3 \vee x \geq 4$

■ **9.** $x < 4$

■ **10.** $x < -1 \vee x > 1$

■ **11.** $-\sqrt{6} < x < -2 \vee 2 < x < \sqrt{6}$

1. Si lanciano due dadi cubici, ciascuno con le facce numerate da 1 a 6. Classifica i seguenti eventi.

a. La somma dei numeri usciti è 7.
- ☐ certo
- ☐ impossibile
- ☐ aleatorio

b. La somma dei numeri usciti è minore di 20.
- ☐ certo
- ☐ impossibile
- ☐ aleatorio

c. Escono due numeri pari la cui somma è 11.
- ☐ certo
- ☐ impossibile
- ☐ aleatorio

d. La differenza dei numeri usciti è 6.
- ☐ certo
- ☐ impossibile
- ☐ aleatorio

e. Escono due numeri uguali.
- ☐ certo
- ☐ impossibile
- ☐ aleatorio

2. Si estrae una carta da un mazzo di 40. Calcola la probabilità che esca una carta nera con un numero dispari (l'asso si considera 1; nota che le figure non riportano numeri).

3. Un'urna contiene 60 palline, alcune bianche, le altre nere. Si estrae per 100 volte una pallina dall'urna, reinserendola ogni volta nell'urna prima dell'estrazione successiva, e in questo modo viene estratta 25 volte una pallina nera e 75 volte una pallina bianca. Quale delle seguenti ipotesi circa la composizione dell'urna è la più corretta?

- a Ci sono 25 palline nere e 35 bianche.
- b Ci sono 25 palline bianche e 35 nere.
- c Ci sono 15 palline nere e 45 bianche.
- d Ci sono 15 palline bianche e 45 nere.
- e Ci sono 30 palline bianche e 30 nere.

Si lanciano due dadi tetraedrici, ciascuno con le facce numerate da 1 a 4. Calcola la probabilità dei seguenti eventi.

4. La somma dei punteggi è 3.

5. Le due facce presentano lo stesso numero.

6. Il punteggio di una faccia è doppio di quello dell'altra.

7. Qual è la probabilità che nel gioco della roulette esca un numero dispari che non sia della seconda dozzina?

8. In una classe ci sono 24 studenti. Un professore, per scegliere lo studente da interrogare, lancia 4 volte un dado a sei facce, numerate da 1 a 6, e chiama lo studente che sul registro di classe è associato alla somma dei punti usciti. Qual è la probabilità che chiami lo studente numero 3? Qual è la probabilità che chiami lo studente numero 24? (Nota che lo spazio dei risultati contiene $6\times6\times6\times6=1296$ elementi.)

■ **1.** **a.** aleatorio
b. certo
c. impossibile
d. impossibile
e. aleatorio

■ **2.** $\frac{1}{5}$

■ **3.** $\boxed{c}$

■ **4.** $\frac{1}{8}$

■ **5.** $\frac{1}{4}$

■ **6.** $\frac{1}{4}$

■ **7.** $\frac{12}{37}$

■ **8.** $0;\ \frac{1}{1296}$

■ **1.** Si lanciano due dadi cubici, ciascuno con le facce numerate da 1 a 6. Classifica i seguenti eventi.

a. La somma dei numeri usciti è minore di 15.
- ☐ certo
- ☐ impossibile
- ☐ aleatorio

b. Escono due numeri dispari la cui somma è 8.
- ☐ certo
- ☐ impossibile
- ☐ aleatorio

c. Escono due numeri diversi.
- ☐ certo
- ☐ impossibile
- ☐ aleatorio

d. La somma dei numeri usciti è 13.
- ☐ certo
- ☐ impossibile
- ☐ aleatorio

e. Il prodotto dei numeri usciti è 21.
- ☐ certo
- ☐ impossibile
- ☐ aleatorio

■ **2.** Si estrae una carta da un mazzo di 40. Calcola la probabilità che esca una carta rossa con un numero pari (l'asso si considera 1; nota che le figure non riportano numeri).

■ **3.** Un'urna contiene 80 palline, alcune bianche, le altre nere. Si estrae per 200 volte una pallina dall'urna, reinserendola ogni volta prima dell'estrazione successiva, e in questo modo viene estratta 60 volte una pallina bianca e 140 volte una pallina nera. Quale delle seguenti ipotesi circa la composizione dell'urna è la più corretta?

- **a** Ci sono 60 palline nere e 20 bianche.
- **b** Ci sono 60 palline bianche e 20 nere.
- **c** Ci sono 24 palline nere e 56 bianche.
- **d** Ci sono 24 palline bianche e 56 nere.
- **e** Ci sono 40 palline bianche e 40 nere.

Si lanciano due dadi tetraedrici, ciascuno con le facce numerate da 1 a 4. Calcola la probabilità dei seguenti eventi.

■ **4.** La somma dei punteggi è 4.

■ **5.** Le due facce presentano numeri diversi.

■ **6.** Il punteggio di una faccia è triplo di quello dell'altra.

■ **7.** Qual è la probabilità che nel gioco della roulette esca un numero dispari della terza dozzina?

■ **8.** In una classe ci sono 24 studenti. Un professore, per scegliere lo studente da interrogare, lancia 4 volte un dado a sei facce, numerate da 1 a 6, e chiama lo studente che sul registro di classe è associato alla somma dei punti usciti. Qual è la probabilità che chiami lo studente numero 1? Qual è la probabilità che chiami lo studente numero 4? (Nota che lo spazio dei risultati contiene $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$ elementi.)

■ **1.** **a.** certo
b. aleatorio
c. aleatorio
d. impossibile
e. impossibile

■ **2.** $\frac{3}{20}$

■ **3.** $\boxed{\mathbf{d}}$

■ **4.** $\frac{3}{16}$

■ **5.** $\frac{3}{4}$

■ **6.** $\frac{1}{8}$

■ **7.** $\frac{6}{37}$

■ **8.** $0;\ \frac{1}{1296}$

VERO O FALSO?

1. Il settore circolare è una parte di circonferenza. V F

2. L'asse di una corda contiene un raggio. V F

3. Se la distanza di una retta dal centro di una circonferenza è maggiore del raggio, allora la retta è esterna alla circonferenza. V F

4. Un triangolo si può sempre inscrivere in una semicirconferenza. V F

5. L'incentro di un triangolo è equidistante dai lati del triangolo stesso. V F

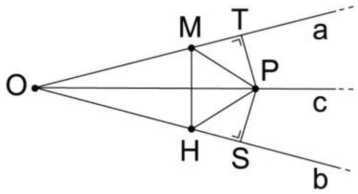
6. È sempre possibile inscrivere un rombo in una circonferenza. V F

7. In una circonferenza tutte le corde hanno la stessa distanza dal centro. V F

8. In una circonferenza a ogni angolo al centro corrispondono infiniti angoli alla circonferenza, tutti congruenti a metà dell'angolo al centro. V F

9. Quale delle seguenti proposizioni è falsa?
Se due circonferenze sono
- a) tangenti internamente, hanno un punto in comune;
- b) tangenti esternamente, la distanza tra i centri è uguale alla somma dei raggi;
- c) secanti, la distanza dei loro centri è maggiore della somma dei raggi;
- d) tangenti internamente, la distanza tra i centri è uguale alla differenza dei raggi;
- e) esterne, la distanza tra i centri è maggiore della somma dei raggi.

10. Con riferimento alla figura, quale delle seguenti implicazioni è falsa?



- a) $S\hat{O}P \cong T\hat{O}P$, PT perpendicolare ad a; PS perpendicolare a $b \Rightarrow SP \cong PT$
- b) $MP \cong HP \Rightarrow MH$ perpendicolare a OP
- c) $MP \cong HP \Rightarrow MT \cong HS$
- d) $TP \cong PS \Rightarrow MH \cong TP + PS$

12. In una circonferenza considera due corde AB e AC; se D ed E sono i punti medi rispettivamente degli archi AB e AC, e se F e G sono i punti di intersezione delle due corde AB e AC rispettivamente con la retta DE, dimostra che $AF \cong AG$.

■ **1.** $\boxed{F}$

■ **2.** $\boxed{V}$

■ **3.** $\boxed{V}$

■ **4.** $\boxed{F}$

■ **5.** $\boxed{V}$

■ **6.** $\boxed{F}$

■ **7.** $\boxed{F}$

■ **8.** $\boxed{V}$

■ **9.** $\boxed{c}$

■ **10.** $\boxed{d}$

Geometria - Luoghi geometrici, circonferenza. Poligoni inscritti e circoscritti
SCHEDA B

VERO O FALSO?

1. Il raggio di un poligono regolare è il raggio della circonferenza inscritta. V F

2. Una retta è secante a una circonferenza se ha più di due punti in comune con essa. V F

3. Non esistono angoli alla circonferenza maggiori di un angolo retto. V F

4. In una circonferenza archi non congruenti possono essere sottesi da corde congruenti. V F

5. L'incentro di un triangolo divide le mediane in due parti una doppia dell'altra. V F

6. In un triangolo isoscele il baricentro, l'incentro, il circocentro e l'ortocentro coincidono. V F

7. Un quadrilatero convesso è circoscrivibile a una circonferenza se:
- a una diagonale è doppia dell'altra;
- b la somma dei lati opposti è uguale al semiperimetro;
- c le diagonali si dividono reciprocamente a metà;
- d le mediane passano per uno stesso punto;
- e le altezze sono tutte interne al quadrilatero.

8. Sono dati i punti A, B, C, D non allineati a tre a tre. Se γ_1 è la circonferenza passante per A, B, C e γ_2 è la circonferenza passante per B, C, D possiamo dire che:
- a le due circonferenze sono secanti;
- b le due circonferenze sono congruenti;
- c le due circonferenze sono secanti o coincidenti;
- d le due circonferenze sono esterne.

10. Sia t la retta tangente a una circonferenza di centro O nel suo punto P. Considera un qualsiasi punto A appartenente a t e diverso da P. Siano poi B il punto di intersezione tra la circonferenza e il segmento OA e H il piede della perpendicolare condotta da P su OA. Dimostra che PB è bisettrice dell'angolo $A\hat{P}H$.

Geometria - Luoghi geometrici, circonferenza. Poligoni inscritti e circoscritti
SCHEDA DI VERIFICA DEL RECUPERO B — Soluzioni

1. F

2. F

3. F

4. F

5. F

6. F

7. b

8. c

VERO O FALSO?

1. Due figure si dicono equivalenti se sono poligoni regolari e hanno lo stesso numero di lati. V F

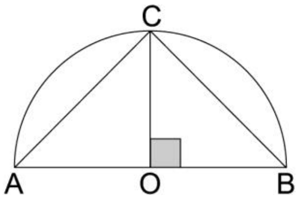
2. Due poligoni si dicono equiscomponibili se sono somme di poligoni equivalenti. V F

3. Un rombo è equivalente a un parallelogramma avente le diagonali rispettivamente congruenti alle diagonali del rombo. V F

4. Un trapezio e un triangolo non possono mai essere equivalenti. V F

5. È sempre possibile trasformare un poligono convesso in un triangolo equivalente. V F

6. Considera il triangolo ABC inscritto in una semicirconferenza.



a $q(AB) \doteq q(AC) + q(CO)$ V F

b $q(CB) \doteq r(AB;\ AO)$ V F

c $q(AC) \doteq q(OB) + q(AO)$ V F

d $q(CO) \doteq r(AO;\ CB)$ V F

7. In un triangolo rettangolo, l'ipotenusa misura 10 e la proiezione di un cateto su di essa misura 3; la misura dell'altro cateto è:

a 7

b $\sqrt{51}$

c $\sqrt{70}$

d $10\sqrt{7}$

8. Un trapezio isoscele ha la base minore congruente al lato obliquo e misura a, la base maggiore è congruente al doppio della base minore. La sua area è:

a $\frac{3}{4}a^2$

b $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

c $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

d $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$

9. Sia A il vertice del triangolo isoscele ABC e CD l'altezza relativa al lato obliquo AB. Dimostra che:
$q(AB) + q(BC) + q(AC) \doteq q(BD) + 2q(AD) + 3q(CD)$

10. Dimostra che, se un quadrilatero ha le diagonali perpendicolari, la somma dei quadrati costruiti su due lati opposti è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sugli altri due.

Soluzioni

- **1.** $\boxed{\text{F}}$
- **2.** $\boxed{\text{F}}$
- **3.** $\boxed{\text{F}}$
- **4.** $\boxed{\text{F}}$
- **5.** $\boxed{\text{V}}$
- **6.** **a.** $\boxed{\text{F}}$ **b.** $\boxed{\text{V}}$ **c.** $\boxed{\text{V}}$ **d.** $\boxed{\text{F}}$
- **7.** $\boxed{\text{c}}$
- **8.** $\boxed{\text{d}}$

Geometria - Equivalenza delle superfici piane

SCHEDA B

VERO O FALSO?

■ **1.** Due poligoni si dicono equiscomponibili se sono differenze di figure equivalenti. V F

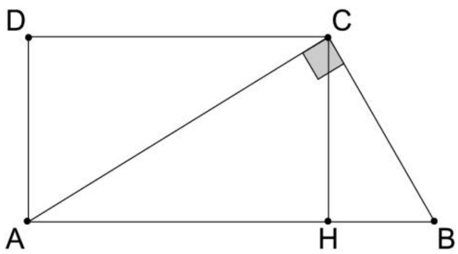
■ **2.** Due poligoni si dicono equiscomponibili se sono somme di poligoni congruenti. V F

■ **3.** Un parallelogramma è equivalente a un rombo avente base e altezza rispettivamente congruenti a quelle del parallelogramma. V F

■ **4.** Un quadrato avente il lato congruente al lato di un rombo è equivalente a esso. V F

■ **5.** È sempre possibile trasformare un poligono convesso in un rettangolo equivalente. V F

Osserva la figura.



■ **6.** $q(AC) \doteq q(AB) + q(CB)$ V F

■ **7.** $q(AB) \doteq q(AH) + q(AD)$ V F

■ **8.** $q(CH) \doteq r(DC; HB)$ V F

■ **9.** $q(AB) \doteq r(AB; AH) + q(CB)$ V F

■ **10.** Se in un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa sono lunghe 9 cm e 16 cm, l'area del triangolo è di:

a $300\,\text{cm}^2$

b $225\,\text{cm}^2$

c $150\,\text{cm}^2$

d $125\,\text{cm}^2$

e $100\,\text{cm}^2$

■ **11.** Un triangolo ABC è inscritto in una semicirconferenza di diametro $AB = 8$ cm; sapendo che $CB = 3$, l'area del triangolo è:

a $6\sqrt{55}\,\text{cm}^2$

b $3\sqrt{55}\,\text{cm}^2$

c $12\,\text{cm}^2$

d $\frac{3}{2}\sqrt{55}\,\text{cm}^2$

Soluzioni

- **1.** F
- **2.** V
- **3.** V
- **4.** F
- **5.** V
- **6.** F
- **7.** V
- **8.** V
- **9.** V
- **10.** c
- **11.** d

Geometria - Grandezze geometriche. Teorema di Talete
SCHEDA A

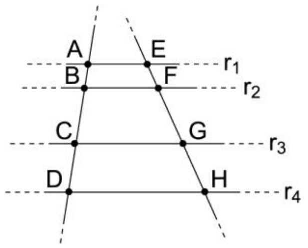
VERO O FALSO?

Siano $\sqrt{3}A = B$ **e** $3B = \sqrt{2}C$ **.**

■ **1.** A e C sono incommensurabili. V F

■ **2.** $A + \sqrt{3}B$ e $2C$ sono commensurabili. V F

Considera la figura a lato in cui le rette r_1 **,** r_2 **,** r_3 **e** r_4 **sono parallele.**



■ **3.** $AD : EH = BC : FG$ V F

■ **4.** $(AB + BC) : AB = (EF + FG) : FG$ V F

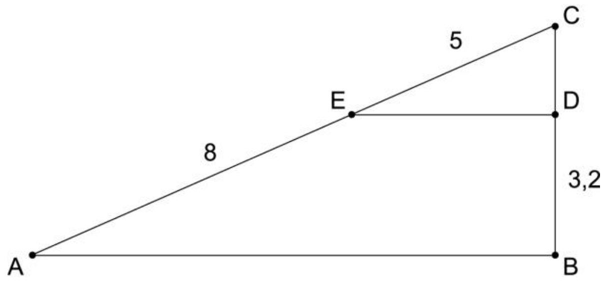
■ **5.** $CD : GH = BF : CG$ V F

■ **6.** $CD : GH = AC : EG$ V F

■ **7.** Quali sono le affermazioni corrette?
Sono direttamente proporzionali:
a l'area del quadrato e la lunghezza del suo lato;
b le lunghezze delle circonferenze e le lunghezze dei rispettivi diametri;
c i settori circolari e i rispettivi angoli al centro;
d le lunghezze delle basi e le lunghezze delle altezze di triangoli con la stessa altezza.

■ **8.** La misura della lunghezza di un arco di una circonferenza è 2π e il raggio 6. Qual è la misura in gradi dell'angolo al centro corrispondente?
a 30
b 45
c 60
d 90

■ **9.** L'area del triangolo in figura misura:
a 25
b 28
c 31
d 35



■ **10.** Dato un triangolo ABC, siano M, N ed L i punti medi rispettivamente dei lati AB, AC e BC. Detto H il piede dell'altezza relativa al lato BC, dimostra che il quadrilatero $MNLH$ è un trapezio isoscele.

■ **11.** Il triangolo ABC ha il perimetro di 270 cm e il lato BC è diviso dalla bisettrice dell'angolo $C\hat{A}B$ in due segmenti che sono lunghi 60 cm e 48 cm. Calcola le lunghezze degli altri due lati del triangolo.

Geometria - Grandezze geometriche. Teorema di Talete

SCHEDA A **Soluzioni**

■ **1.** $\boxed{\text{V}}$

■ **2.** $\boxed{\text{F}}$

■ **3.** $\boxed{\text{V}}$

■ **4.** $\boxed{\text{F}}$

■ **5.** $\boxed{\text{F}}$

■ **6.** $\boxed{\text{V}}$

■ **7.** $\boxed{\text{b}}$; $\boxed{\text{c}}$

■ **8.** $\boxed{\text{c}}$

■ **9.** $\boxed{\text{c}}$

■ **11.** 90 cm e 72 cm

VERO O FALSO?

1. In un triangolo isoscele l'altezza relativa alla base è media proporzionale tra la sua proiezione sul lato obliquo e il lato obliquo stesso. V F

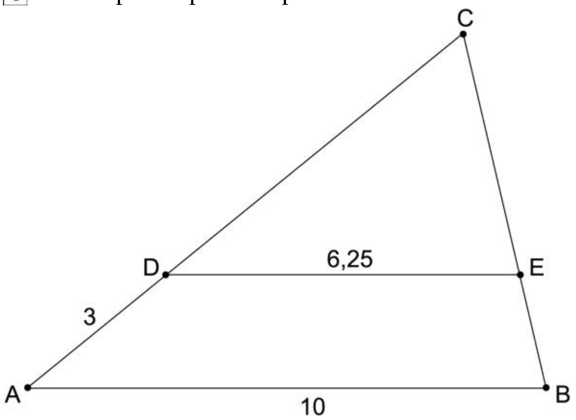
2. Due triangoli rettangoli con i cateti in proporzione sono simili. V F

3. Se due triangoli isosceli hanno rispettivamente congruenti uno degli angoli alla base, allora essi sono simili. V F

4. Due trapezi rettangoli sono necessariamente simili. V F

5. Considera la figura. Qual è la misura di AC?

a 6
b 8
c 9
d 10
e Non si può rispondere perché manca un dato.



6. Quali delle seguenti affermazioni sono corrette?

a Un triangolo isoscele i cui angoli alla base hanno ampiezza tripla rispetto all'angolo al vertice è un triangolo aureo.
b Il lato del decagono regolare è sezione aurea del raggio della circonferenza a esso inscritta.
c Il rapporto aureo vale circa 1,6.
d In un pentagono regolare il lato è sezione aurea della diagonale.

7. È data una circonferenza di centro O e raggio 10 cm; da un punto P esterno a essa, che dista da O 26 cm, conduci una secante in modo che, dette A e B le sue intersezioni con la circonferenza ($PA < PB$), si abbia $PA = 18$ cm.

a. Determina la lunghezza della corda AB.
b. Condotta da P una tangente alla circonferenza e detto T il punto di contatto, determina la lunghezza di PT.

8. Due triangoli isosceli sono simili e il rapporto tra le loro aree è $\frac{9}{25}$; se la base del primo triangolo è 10 cm, allora la base del secondo è 50 cm. V F

9. Un triangolo isoscele ABC ha la base BC di 24 cm e l'altezza AH che è $\frac{4}{5}$ del lato obliquo AC. Una corda DE parallela alla base divide il lato AC in due parti tali che $AE : EC = 3 : 7$.

a. Quanto dista la corda DE dal vertice A?
b. Trova il perimetro del trapezio $DECB$.

- **1.** $\boxed{\text{V}}$
- **2.** $\boxed{\text{V}}$
- **3.** $\boxed{\text{V}}$
- **4.** $\boxed{\text{F}}$
- **5.** $\boxed{\text{b}}$
- **6.** $\boxed{\text{c}}$; $\boxed{\text{d}}$
- **7.** **a.** 14 cm; **b.** 24 cm
- **8.** $\boxed{\text{F}}$
- **9.** **a.** 4,8 cm; **b.** 59,2 cm

Geometria - Similitudine e applicazioni
SCHEDA B

VERO O FALSO?

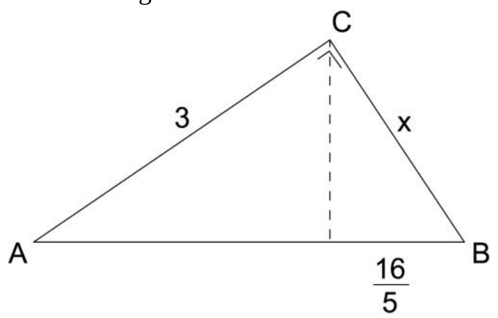
■ **1.** Affinché due triangoli siano simili, avere i lati in proporzione è una condizione necessaria ma non sufficiente. V F

■ **2.** In due poligoni simili i lati omologhi sono in proporzione e gli angoli omologhi congruenti. V F

■ **3.** Due triangoli isosceli aventi basi congruenti sono simili tra loro. V F

■ **4.** Non è detto che due poligoni regolari con lo stesso numero di lati siano simili tra loro. V F

■ **5.** Osserva la figura.



x misura:

a $\frac{23}{5}$

b 4

c $\frac{52}{16}$

d $\frac{29}{5}$

e Nessuna delle precedenti.

■**6.** Sull'ipotenusa BC del triangolo rettangolo ABC considera due punti M e Q. Traccia da M la perpendicolare all'ipotenusa, che incontra il cateto AB in N. Traccia poi da Q la parallela al cateto AB, che incontra il cateto AC in P.
Sapendo che $BN = 15$ cm, $BM = 9$ cm, $QP = 21$ cm, calcola il perimetro e l'area del triangolo QPC.

Geometria - Similitudine e applicazioni
SCHEDA B — Soluzioni

■ **1.** V

■ **2.** V

■ **3.** F

■ **4.** F

■ **5.** b

■ **6.** 84 cm; $294\ \text{cm}^2$

VERO O FALSO?

■ **1.** In un triangolo rettangolo con gli angoli di 30°, 60° e 90°, il cateto opposto all'angolo minore è metà dell'ipotenusa. V F

■ **2.** Il raggio della circonferenza inscritta in un triangolo di lati a, b, c è $R = \frac{S}{p}$, dove S si può calcolare con la formula di Erone. V F

■ **3.** Il raggio della circonferenza inscritta in un triangolo isoscele è $R = \frac{(2l-b)b}{4h}$. V F

■ **4.** In un trapezio circoscritto a una semicirconferenza la base maggiore è congruente alla somma dei lati obliqui. V F

■ **5.** Sia S l'area di un quadrato e s l'area del triangolo equilatero costruito sulla sua diagonale. Allora il rapporto $\frac{S}{s}$ vale:

a $3\sqrt{2}$

b $\frac{4}{3}$

c $\frac{3\sqrt{3}}{3}$

d $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

■ **6.** Un triangolo rettangolo ha il perimetro di 12 cm. Allora i suoi cateti sono lunghi:

a 1 e 2 cm
b 2 e 3 cm
c 3 e 4 cm
d 4 e 5 cm

■ **7.** Dato un quadrato di lato a, prolunga tutti i suoi lati nello stesso senso di un segmento di misura x. Congiungi poi gli estremi di tali prolungamenti esterni al quadrato. Determina x in modo tale che il quadrato così ottenuto abbia l'area tripla di quella del quadrato dato.

■ **8.** Da un punto P esterno a una circonferenza di centro O sono condotte le tangenti PA e PB alla circonferenza. La lunghezza della corda che unisce i punti di contatto è pari a $\frac{3}{2}$ della distanza della corda dal punto P e la somma di tali lunghezze è 40 cm. Determina la misura della circonferenza, il perimetro e l'area del quadrilatero $OAPB$.

■ **9.** Un trapezio isoscele è circoscritto a una semicirconferenza avente diametro di 16 cm. La base maggiore contiene il diametro e la differenza delle basi è pari a 12 cm. Determina la misura del perimetro del trapezio e il rapporto tra tale perimetro e la semicirconferenza.

■ **1.** $\boxed{\text{v}}$

■ **2.** $\boxed{\text{v}}$

■ **3.** $\boxed{\text{v}}$

■ **4.** $\boxed{\text{v}}$

■ **5.** $\boxed{\text{d}}$

■ **6.** $\boxed{\text{c}}$

■ **7.** $x = \frac{a}{2}\left(\sqrt{2} - 1\right)$

■ **8.** 30π; 70; 300

■ **9.** 48; $\frac{6}{\pi}$