

Compiti di matematica per le vacanze estive della 1^aD

prof. Federico Miceli

estate 2023

Ripassa i seguenti argomenti, trattati nel corso dell'anno scolastico:

- Espressioni coi polinomi ([capitolo 7](#));
- Scomposizione di polinomi ([capitolo 8](#));
- Frazioni algebriche ([capitolo 9](#));
- Equazioni di primo grado ([capitolo 10](#));
- Sistemi di equazioni di primo grado ([pdf sulla classroom](#));
- Criteri di congruenza per i triangoli ([capitolo G2](#));
- Criteri di parallelismo ([capitolo G3](#));
- Proprietà di parallelogrammi, rettangoli, rombi, quadrati e trapezi ([capitolo G4](#)).

Attenzione! Gli esercizi assegnati durante le vacanze estive servono per tenerti allenato/a nel corso della lunga pausa estiva. **Non** svolgere tutti gli esercizi in una finestra di tempo ristretta (di poche settimane, o addirittura pochi giorni), poiché ciò ne ridurrebbe notevolmente l'utilità! Idealmente, cerca di svolgerli nell'arco di 10 settimane, secondo la suddivisione suggerita.

Considera che tali esercizi hanno una doppia funzione:

- fare pratica sugli argomenti studiati;
- individuare eventuali lacune, su cui focalizzare i propri sforzi (ripassando la relativa teoria e svolgendo esercizi extra). Non ha quindi senso tralasciare gli esercizi sugli argomenti meno chiari. Al contrario, questi sono i mesi in cui concentrare i propri sforzi proprio su questi tipi di esercizi.

Nota: per ogni esercizio è indicato anche numero e pagina dell'esercizio sul libro di testo (dal Sasso, che viene utilizzato in altre prime). Gli esercizi sui sistemi sono tratti dal libro di testo di seconda (sempre dal Sasso). Sulla classroom verrà condiviso un pdf con l'elenco delle soluzioni.

Non guardare il risultato dell'esercizio prima di averlo concluso.

Attenzione! Scrivi ogni esercizio (soprattutto quelli di geometria) in modo corretto e "pulito". Svolgi la bella degli esercizi su un **quaderno**, in cui potrai anche produrre eventuali schemi riassuntivi relativi alle parti di teoria ripassata. Il quaderno degli esercizi deve essere chiaramente **leggibile** (potrà essere ritirato dal docente a settembre).

Nota: se sei bloccato/a su un esercizio, puoi scrivere sulla classroom, chiedendo un piccolo suggerimento ai tuoi compagni (o al docente).

Ricordati di fare un **disegno grande** per ciascun esercizio di geometria.

Esercizi di esempio

Nota: Gli esercizi in questa pagina **non** sono assegnati come compito. Sulla classroom verranno condivise le soluzioni di questi esercizi. Tali soluzioni fungono da “guida” su come svolgere gli esercizi assegnati che troverai nelle prossime pagine.

Attenzione! Gli esercizi devono essere svolti su un quaderno delle vacanze, e dovrebbero idealmente essere scritti come quelli di esempio condivisi sulla classroom.

Esercizio 0.1 (es.438 pag.525). Trova l'*mcm* e l'*MCD* dei seguenti polinomi

$$x^4 - x^2; \quad 15x^2 - 15; \quad 2x^2 + 2x$$

Esercizio 0.2 (es.51 pag.352). Traccia i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = \frac{3}{4}x - 2 \quad y = 9 - x^2$$

Esercizio 0.3 (es.111 pag.108, vol.2). Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):

$$\begin{cases} (x+3)^2 = x^2 - y + 4 \\ 6x - y = 3 \end{cases}$$

Esercizio 0.4 (es.127 pag.820). Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti l'altezza relativa all'ipotenusa e la bisettrice dell'angolo retto.

Esercizio 0.5 (es.467 pag.570). Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):

$$\left[\frac{a}{a^2 - 3a + 2} + \frac{9 + 2a^{-1}}{3a - 8a^{-1} - 2} + \frac{7}{3a^2 + a - 4} \right] : \frac{8a + 16}{a^2 - 4}$$

Esercizio 0.6 (es.58 pag.853). Un rettangolo $ABCD$ è tale che la lunghezza del lato AB supera di 5 cm quella del lato BC . Un rombo ha il lato che supera di 3 cm la metà della lunghezza di AB . Inoltre il perimetro del rombo supera di 6 cm il perimetro del rettangolo. Determina la lunghezza di BC .

Esercizio 0.7 (es.344 pag.406). Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvillo:

Una persona ha impiegato per un anno il suo capitale in due diversi investimenti: 10 000 € sono stati impiegati in un investimento che gli ha fruttato un interesse del 6%, mentre la parte restante del capitale è stata impiegata in un investimento che gli ha fruttato un interesse pari all'8%. L'intero capitale ha fruttato un interesse di 4000 €. Qual era il capitale?

1 Settimana n°1

Esercizio 1.1 (es.433 pag.525). Trova l'mcm e l'MCD dei seguenti polinomi

$$x^3 - 4x^2; \quad x^2 - 16; \quad x^2 - 8x + 16$$

Esercizio 1.2 (es.324 pag.404). Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvi:

Si vuole formare la somma di 7€ e 30 centesimi utilizzando 20 monete, alcune da 20 centesimi e altre da 50 centesimi. Quante monete da 20 centesimi e quante da 50 centesimi occorrono?

Esercizio 1.3 (es.56 pag.105, vol.2). Risolvi il seguente sistema di equazioni, utilizzando il metodo di *sostituzione*, e fai la *verifica* per la soluzione trovata (se ne trovi una):

$$\begin{cases} -2(2y - x) = 3(x - y - 1) \\ (x - \frac{1}{2})^2 - 2y = 1 - (2 - x)(2 + x) \end{cases}$$

Esercizio 1.4 (es.85 pag.774). Disegna due triangoli isosceli ABC e ABC' , aventi entrambi come base AB e appartenenti a semipiani opposti aventi come origine la retta AB . Dimostra che CC' è la bisettrice degli angoli \widehat{ACB} e $\widehat{AC'B}$.

Esercizio 1.5 (es.445 pag.569). Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):

$$\frac{m^2 - 1}{m^2 - 6m + 5} : \left(\frac{m - 3}{1 - m} + \frac{m - 2}{m + 1} \right)^{-1}$$

Esercizio 1.6 (es.28 pag.849). Le diagonali di un quadrilatero $ABCD$ si incontrano in O e risulta $AO \cong OC$. La lunghezza di OB è 3 cm in più della metà della lunghezza di AC e la lunghezza di OD supera di 6 cm un quarto della lunghezza di AC . Determina quali devono essere le lunghezze delle diagonali affinché il quadrilatero risulti un parallelogramma.

Esercizio 1.7 (es.277 pag.98). Il 30% degli iscritti a un corso di pittura sono uomini e di questi il 15% è sposato. Qual è la percentuale di uomini sposati iscritti al corso?

Esercizio 1.8 (es.13 pag.847). Dimostra che il segmento che congiunge i punti medi delle basi di un trapezio isoscele è perpendicolare alle basi.

(Suggerimento: congiungi gli estremi della base minore con il punto medio della base maggiore e considera il triangolo ottenuto)

2 Settimana n°2

Esercizio 2.1 (es.450 pag.526). Trova l'mcm e l'MCD dei seguenti polinomi

$$x^4 - x^3 - x + 1; \quad x^2 - 2x + 1; \quad x^4 - x$$

Esercizio 2.2 (es.38 pag.352). Traccia i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = -\frac{3}{2}x \quad y = 3x$$

Esercizio 2.3 (es.75 pag.106, vol.2). Risolvi il seguente sistema di equazioni, usando il metodo del confronto, e fai la verifica per la soluzione trovata (se ne trovi una):

$$\begin{cases} y = -1 + 2x \\ 3x - y = -1 \end{cases}$$

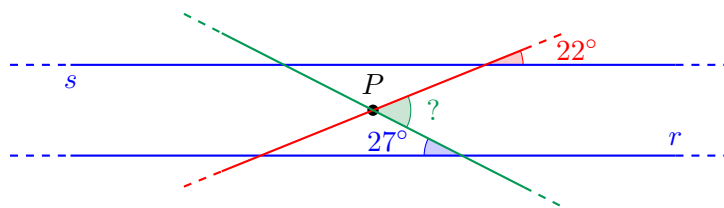
Esercizio 2.4 (es.164 pag.783). In un triangolo isoscele $\hat{A}BC$, di base AB , sia CK la bisettrice di \hat{C} . Considera sui lati obliqui AC e BC , rispettivamente, due punti P e Q tali che $AP \cong BQ$. Dimostra che il triangolo $\hat{P}KQ$ è isoscele.

Esercizio 2.5 (es.470 pag.570). Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):

$$\left[\left(\frac{1}{y^3 - y^2 - y + 1} + \frac{1}{y^3 + y^2 - y - 1} + \frac{1}{y^4 - 2y^2 + 1} \right) : \frac{2y^2 + y}{y^2 - 1} \right]^{-1}$$

Esercizio 2.6 (es.31 pag.810). Determina l'ampiezza dell'angolo indicato con il punto interrogativo, sapendo che $r \parallel s$.

(Suggerimento: traccia dal punto P una retta opportuna)



Esercizio 2.7 (es.204 pag.164). In una scuola di 400 studenti, 150 praticano il calcio, 100 il tennis e 30 entrambe le attività. Quanti sono gli studenti della scuola che non praticano né il calcio né il tennis?

Esercizio 2.8 (es.82 pag.854). È dato un parallelogramma $ABCD$. L'asse della diagonale AC incontra il lato AB (o il suo prolungamento) in P e il lato CD (o il suo prolungamento) in Q . Dimostra che:

- i triangoli $\hat{A}OP$ e $\hat{Q}OC$ sono congruenti, essendo O il punto di intersezione delle diagonali di $ABCD$;
- $APCQ$ è un rombo.

3 Settimana n°3

Esercizio 3.1 (es.436 pag.525). Trova l'mcm e l'MCD dei seguenti polinomi

$$x^2 + 3x; \quad x^4 - 18x^2 + 81; \quad x^2 - 2x - 3$$

Esercizio 3.2 (es.345 pag.406). Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvi:

Il fatturato di un'azienda è aumentato nel 2007 del 10% rispetto all'anno precedente. Nel 2008 invece è aumentato del 5% rispetto al 2007. In questi due anni l'aumento è stato complessivamente di 62 000 €. Qual era il fatturato nel 2006?

Esercizio 3.3 (es.107 pag.108, vol.2). Risolvi il seguente sistema di equazioni, usando il metodo di *riduzione* (addizione-sottrazione) e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):

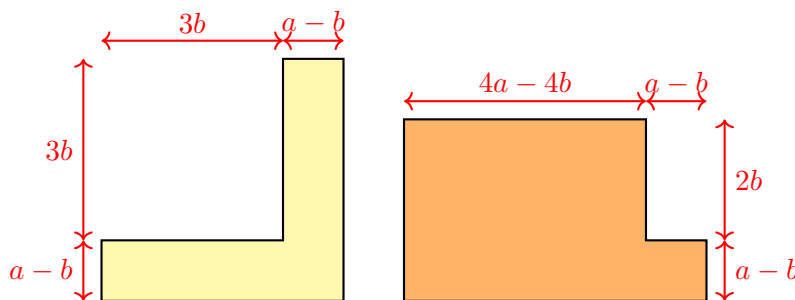
$$\begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

Esercizio 3.4 (es.67 pag.773). Dato un triangolo $\triangle ABC$, isoscele sulla base AB , prolunga AB , dalla parte di A , di un segmento AP e, dalla parte di B , di un segmento BQ , tale che $AP \cong BQ$. Prolunga poi AC , dalla parte di A , di un segmento AR , e BC , dalla parte di B , di un segmento BS , in modo che $AR \cong BS$. Dimostra che il triangolo $\triangle PRC$ è congruente al triangolo $\triangle QSC$.

Esercizio 3.5 (es.460 pag.570). Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):

$$\left[\left(\frac{x-1}{y-1} + \frac{x+1}{y+1} \right) \cdot \frac{y+1}{4xy-4} + \frac{1}{2y+2} \right] : \frac{y}{3y^2-3}$$

Esercizio 3.6 (es.484 pag.571). Sia $a > b > 0$. Determina il rapporto tra l'area della figura colorata in giallo e l'area della figura colorata in arancione.



Esercizio 3.7 (es.243 pag.96). Per preparare 480 g di marmellata light di albicocche una ricetta prevede 1,2 kg di albicocche e 240 g di zucchero.

- In base a questa ricetta, quanti kilogrammi di albicocche e quanti grammi di zucchero occorrono per preparare 1,5 kg di marmellata?
- Proporzionando la ricetta per utilizzare 4 kg di albicocche, quanti kilogrammi di marmellata si otterranno?

Esercizio 3.8 (es.59 pag.813). Sia $\triangle ABC$ un triangolo. Traccia la bisettrice di \widehat{ABC} e indica con D il punto in cui interseca il lato AC . Considera quindi un punto P sul segmento DC e traccia da P la retta parallela a BD , indicando con Q il punto in cui interseca la retta BC e con R il punto in cui interseca la retta AB . Dimostra che il triangolo $\triangle BRQ$ è isoscele.

4 Settimana n°4

Esercizio 4.1 (es.443 pag.526). Trova l'mcm e l'MCD dei seguenti polinomi

$$a^3b + a^2b^2; \quad a^4b^2 + a^2b^4 - 2a^3b^3; \quad a^5 - a^3b^2$$

Esercizio 4.2 (es.80 pag.357). Traccia i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = -\frac{2}{3}x \quad y = \frac{12}{x}$$

Esercizio 4.3 (es.125 pag.108, vol.2). Risolvi il seguente sistema di equazioni, usando il metodo di *riduzione* (addizione-sottrazione) e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):

$$\begin{cases} 3(x - 4) = -y \\ 3(y - 4) = -x \end{cases}$$

Esercizio 4.4 (es.51 pag.852). Dato un parallelogramma $ABCD$, traccia per il punto medio P di AD la perpendicolare ad AD e indica con Q il suo punto di intersezione con la retta AB . Analogamente, traccia per il punto medio R di BC la perpendicolare a BC e indica con S il suo punto di intersezione con la retta CD . Dimostra che il quadrilatero $PQRS$ è un parallelogramma.

Esercizio 4.5 (es.471 pag.570). Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):

$$\left[\frac{x^3 + x^2 + xy^2 + y^2}{x^3 + x^2 + x + 1} : \frac{2x^2 + 2xy - xy^2 - y^3}{x^3 + x + x^2y + y} - \frac{y^2(x^2 + y^2)}{4x^2 - y^4} \right] \cdot \frac{2x + y^2}{2x^3 + 2xy^2}$$

Esercizio 4.6 (es.25 pag.849). Dato un parallelogramma $ABCD$, l'angolo \widehat{C} supera di 6° il doppio di \widehat{B} . Determina l'ampiezza di ciascuno dei quattro angoli del parallelogramma.

Esercizio 4.7 (es.265 pag.168). Costruisci la tavola di verità della seguente proposizione, essendo p e q due proposizioni elementari:

$$(p \wedge \bar{q}) \vee \bar{p}$$

Nota: ricorda che \bar{p} vuol dire "non p ".

Esercizio 4.8 (es.122 pag.819). Dato un triangolo $\triangle ABC$, isoscele sulla base AB , dimostra che gli assi di AC e BC si incontrano in un punto P che appartiene alla bisettrice di \widehat{ACB} .

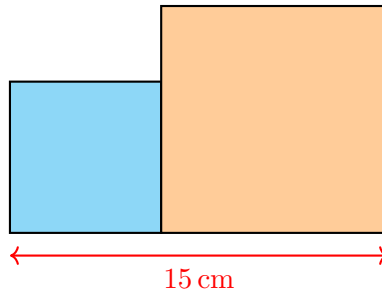
5 Settimana n°5

Esercizio 5.1 (es.446 pag.526). Trova l'mcm e l'MCD dei seguenti polinomi

$$2x^4 - 2x^2; \quad 6x^6 - 6x^3; \quad 4x^4 + 4x^3 - 8x^2$$

Esercizio 5.2 (es.369 pag.408). Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvi:

Nella figura, l'area del quadrato arancione supera di 45 cm^2 l'area del quadrato azzurro. Quali sono le lunghezze dei lati dei due quadrati?



Esercizio 5.3 (es.63 pag.105, vol.2). Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):

$$\begin{cases} y + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \\ 2x = 4y + 2 \end{cases}$$

Esercizio 5.4 (es.40 pag.811). Sui lati AC e BC di un triangolo $\triangle ABC$, isoscele sulla base AB , considera rispettivamente due punti P e Q , tali che $\widehat{CPQ} \cong \widehat{ABC}$. Dimostra quindi che la retta PQ è parallela alla retta AB .

Esercizio 5.5 (es.446 pag.570). Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):

$$\left(1 + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2}\right) : \frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 - 4} + \frac{9 - x^2}{x^2 - 4x + 3}$$

Esercizio 5.6 (es.482 pag.571). Due parallelogrammi $ABCD$ e $A'B'C'D'$ hanno entrambi area uguale a 10 cm^2 . La base AB del parallelogramma $ABCD$ misura (in centimetri) x e la base $A'B'$ di $A'B'C'D'$ misura 2 cm in più di AB . Esprimi, in funzione di x , la somma delle misure delle altezze dei due parallelogrammi relative ad AB e $A'B'$, verificando che è uguale a $\frac{20(x+1)}{x^2+2x}$.

Esercizio 5.7 (es.278 pag.98). Un sarto utilizza i $\frac{5}{8}$ della stoffa per confezionare un vestito da uomo. Poi utilizza i $\frac{2}{3}$ della stoffa rimasta per confezionare un vestito da donna. Quale percentuale della stoffa iniziale gli rimane alla fine?

Esercizio 5.8 (es.178 pag.784). In un triangolo $\triangle ABC$, isoscele sulla base BC , siano P e Q due punti, tali che $P \in AB$, $Q \in AC$ e $AP \cong AQ$. Indica con R il punto di intersezione di BQ e di CP e con M il punto medio di BC . Dimostra che:

- AR è bisettrice dell'angolo \widehat{A} ;
- i punti A , R e M sono allineati.

6 Settimana n°6

Esercizio 6.1 (es.448 pag.526). Trova l'mcm e l'MCD dei seguenti polinomi

$$x^5 - x^2; \quad x^3 + x^2 + x; \quad (x^2 + x)^2 - 1$$

Esercizio 6.2 (es.49 pag.352). Traccia i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = x^3 \quad y = -\frac{1}{2}x^3$$

Esercizio 6.3 (es.323 pag.119, vol.2). Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):

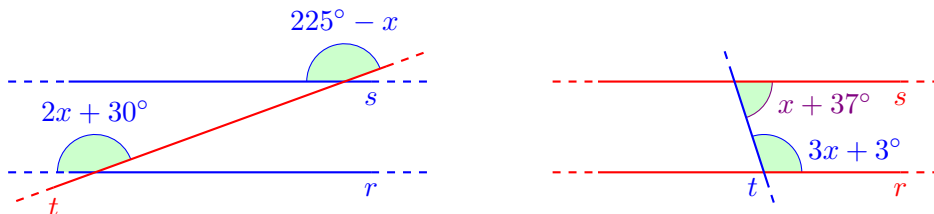
$$\begin{cases} 2x - 4y - z = 1 \\ x - 2y + z = -1 \\ 2x - 2y + z = 7 \end{cases}$$

Esercizio 6.4 (es.77 pag.854). Esternamente a un rettangolo $ABCD$, costruisci i triangoli equilateri ABE , BCF , CDG , DAH . Dimostra che il quadrilatero $EFGH$ è un rombo.

Esercizio 6.5 (es.462 pag.570). Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):

$$\left(\frac{1}{x^3 - 1} - \frac{1}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} \right) : \frac{x}{x^3 - 1} + \frac{x + 2}{(x - 1)^2}$$

Esercizio 6.6 (es.32 pag.810). In ciascuna delle due figure seguenti, dove $r \parallel s$, determina il valore di x :



Esercizio 6.7 (es.212 pag.165). In un gruppo costituito da 30 persone ciascuna porta almeno uno fra i seguenti oggetti: cappello, guanti o sciarpa. Sapendo che:

- 10 portano il cappello
- 14 portano i guanti
- 12 portano la sciarpa
- nessuno porta guanti e cappello
- 2 portano sciarpa e cappello

determina:

- a. quanti portano guanti e sciarpa;
- b. quanti portano la sciarpa ma non portano né cappello né guanti.

Esercizio 6.8 (es.137 pag.821). In un triangolo rettangolo $\triangle ABC$, sia AH l'altezza relativa all'ipotenusa BC . Detto M il punto medio di AB ed N il punto medio di AC , dimostra che l'angolo \widehat{MHN} è un angolo retto.

7 Settimana n°7

Esercizio 7.1 (es.441 pag.525). Trova l'mcm e l'MCD dei seguenti polinomi

$$x^4 - 2x^3 + x^2; \quad x^2 + x; \quad x^2 - x - 2$$

Esercizio 7.2 (es.288 pag.402). Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvilò:

Sommando a un numero naturale l'opposto della metà del suo consecutivo e dividendo la somma per 2, si ottiene come risultato 17. Qual è il numero originario?

Esercizio 7.3 (es.157 pag.110, vol.2). Risolvi il seguente sistema di equazioni, usando il metodo di Cramer, e fai la *verifica* per la soluzione trovata (se ne trovi una):

$$\begin{cases} x = y - 2 \\ y - 2x = -3 \end{cases}$$

Esercizio 7.4 (es.27 pag.769). Sia $\triangle ABC$ un triangolo, in cui $AC < AB$. Sulla bisettrice dell'angolo \widehat{BAC} considera il punto D tale che $AD \cong AC$ e il punto E tale che $AE \cong AB$. Dimostra che $CE \cong BD$.

Esercizio 7.5 (es.457 pag.570). Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):

$$\left(\frac{1}{x^2 + 1} - \frac{1}{2x + 4} \right) \cdot \left(\frac{25}{2x - 6} - \frac{1}{2x + 2} + x + 4 \right)$$

Esercizio 7.6 (es.486 pag.571). Barbara, Monica e Franca, lavorando da sole, sono in grado di completare la potatura della siepe di casa rispettivamente in x ore, $2x$ ore, $3x$ ore. Se tutte e tre lavorassero assieme (senza ostacolarsi, naturalmente), quale frazione del lavoro svolgerebbero in 20 minuti?

Esercizio 7.7 (es.240 pag.96). Una bottiglia è piena per tre quarti di acqua e con essa si riescono a riempire completamente 5 bicchieri uguali. Quanti bicchieri uguali ai precedenti si possono riempire con 3 bottiglie dello stesso tipo interamente piene d'acqua?

Esercizio 7.8 (es.63 pag.813). È dato un triangolo $\triangle ABC$, isoscele sulla base AB . Traccia, per un punto P di AC , la retta perpendicolare ad AB e indica con Q il punto in cui tale perpendicolare incontra il prolungamento di CB . Dimostra che il triangolo $\triangle PQC$ è isoscele.
(Suggerimento: traccia da C la perpendicolare ad AB)

8 Settimana n°8

Esercizio 8.1 (es.454 pag.526). Trova l'mcm e l'MCD dei seguenti polinomi

$$x^4 - 2x^3 + x^2; \quad x^3 - x^2 - x + 1; \quad (x^2 + x - 2)^2$$

Esercizio 8.2 (es.40 pag.352). Traccia i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = \frac{3}{2}x - 1 \quad y = -2x + 1$$

Esercizio 8.3 (es.88 pag.106, vol.2). Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la *verifica* per la soluzione trovata (se ne trovi una):

$$\begin{cases} x = 1 - (y - 1)^2 \\ x = 2 - (1 - y)^2 \end{cases}$$

Esercizio 8.4 (es.97 pag.775). Dato un segmento AB , sia M il suo punto medio. In semipiani opposti rispetto alla retta AB , traccia la semiretta r di origine A e la semiretta s di origine B , che formano con AB angoli congruenti. Traccia quindi una retta passante per M , che interseca r e s , rispettivamente, in P e Q . Dimostra che:

- a. PM e MQ sono congruenti;
- b. AQ e BP sono congruenti.

Esercizio 8.5 (es.456 pag.570). Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):

$$\left(\frac{a}{a^2 - b^2} + \frac{1}{2a + 2b} - \frac{1}{a - b} \right) : \frac{a^2 - 3ab}{2a - 2b}$$

Esercizio 8.6 (es.57 pag.853). Un rettangolo $ABCD$ è tale che la lunghezza del lato AB supera di 1 cm il doppio della lunghezza di BC . Un rombo, avente lo stesso perimetro del rettangolo, ha il lato la cui lunghezza supera di 2 cm la metà della lunghezza di AB . Determina la lunghezza di BC .

Esercizio 8.7 (es.269 pag.168). Costruisci la tavola di verità della seguente proposizione, essendo p e q due proposizioni elementari:

$$(\bar{p} \wedge q) \vee (\overline{p \wedge q})$$

Nota: ricorda che \bar{p} vuol dire "non p ".

Esercizio 8.8 (es.105 pag.818). Dimostra che se in un triangolo $\triangle ABC$ la mediana relativa a BC è la metà di BC , allora il triangolo è rettangolo e ha come ipotenusa BC .

9 Settimana n°9

Esercizio 9.1 (es.447 pag.526). Trova l'mcm e l'MCD dei seguenti polinomi

$$a^3 + 1; \quad a^2 + 3a + 2; \quad a^3 - a$$

Esercizio 9.2 (es.395 pag.410). Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvi:

In un pentagono $ABCDE$ gli angoli interni soddisfano le seguenti proprietà: $\widehat{A} \cong \frac{1}{2}\widehat{B}$, l'angolo \widehat{C} è 30° in più dell'angolo \widehat{B} e 30° in meno dell'angolo \widehat{D} , l'angolo \widehat{E} è 40° in meno della metà di \widehat{D} . Determina le ampiezze degli angoli interni del pentagono.

Esercizio 9.3 (es.325 pag.120, vol.2). Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):

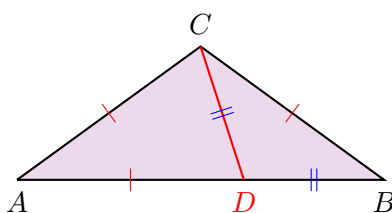
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y + 2z = 3 \\ x + y - 2z = -1 \end{cases}$$

Esercizio 9.4 (es.169 pag.784). Due triangoli $\triangle ABC$ e $\triangle A'B'C'$ hanno i lati ordinatamente congruenti. Dimostra che le bisettrici degli angoli \widehat{ABC} e $\widehat{A'B'C'}$ sono congruenti.

Esercizio 9.5 (es.453 pag.569). Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):

$$\left(\frac{2}{a+1} - \frac{2}{a+2} + \frac{2a}{a^2+3a+2} \right)^2 : \frac{8}{(a+2)^3}$$

Esercizio 9.6 (es.188 pag.826). È dato un triangolo isoscele $\triangle ABC$, in cui $CA \cong CB$. Il punto D sul lato AB è tale che $AD \cong AC$ e $DB \cong DC$ (vedi la figura). Quanto misura dell'angolo \widehat{ACB} ?



Esercizio 9.7 (es.271 pag.98). Lo stipendio del signor Bianchi, dopo aver subito un aumento del 20%, diventa di 2070 €. Qual era lo stipendio del signor Bianchi prima dell'aumento?

Esercizio 9.8 (es.68 pag.853). Dato un triangolo rettangolo $\triangle ABC$, di ipotenusa BC , prolunga la mediana AM , relativa all'ipotenusa, di un segmento $MD \cong AM$.

- Dimostra che il quadrilatero $ABDC$ è un rettangolo.
- Deduci dal punto **a.** che $BC \cong 2AM$.

10 Settimana n°10

Esercizio 10.1 (es.444 pag.526). Trova l'mcm e l'MCD dei seguenti polinomi

$$2x^5 - 2x^3; \quad 6x^3 + 6x^2; \quad 10x^5 - 20x^4 + 10x^3$$

Esercizio 10.2 (es.44 pag.352). Traccia i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = 2x^2 - 3 \quad y = x^2 - 1$$

Esercizio 10.3 (es.161 pag.110, vol.2). Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):

$$\begin{cases} (-y + 1)(-y - 1) = (y - 1)^2 + 2x \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$$

Esercizio 10.4 (es.49 pag.812). Dato un triangolo $\triangle ABC$, isoscele sulla base BC , conduci una semiretta di origine A parallela a BC e dimostra che è la bisettrice dell'angolo esterno di vertice A (del triangolo $\triangle ABC$) che la contiene.

Esercizio 10.5 (es.466 pag.570). Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):

$$\frac{2a^2 - 7a + 2ab - 7b}{a^2 - b^2} : \left[\left(\frac{1}{a-4} - \frac{1}{3-a} \right) : \left(\frac{1}{a-4} - \frac{1}{a-3} \right) \right]$$

Esercizio 10.6 (es.76 pag.814). In un triangolo $\triangle ABC$, risulta $\hat{A} = 30^\circ$, $\hat{B} = 65^\circ$. La bisettrice dell'angolo \hat{A} incontra il lato BC in P e la bisettrice dell'angolo $\hat{A}\hat{P}\hat{B}$ incontra AB in Q . Determina l'ampiezza dei due angoli $\hat{A}\hat{Q}\hat{P}$ e $\hat{B}\hat{Q}\hat{P}$.

Esercizio 10.7 (es.210 pag.165). Da un'indagine effettuata su un campione di persone è risultato che:

- a. 40 sono minorenni;
- b. 85 possiedono la patente;
- c. 45 sono fumatori;
- d. 10 sono minorenni e sono fumatori;
- e. 5 sono fumatori, sono maggiorenni e non possiedono la patente;
- f. 20 non sono fumatori, sono maggiorenni e non possiedono la patente.

Da quante persone era costituito il campione statistico intervistato?

Esercizio 10.8 (es.33 pag.850). Dato un parallelogramma $ABCD$, prolunga:

- il lato AD , dalla parte di D , di un segmento DE ;
- il lato BC , dalla parte di B , di un segmento BF , tale che $BF \cong DE$.

Indica con O il punto di intersezione delle diagonali di $ABCD$ e dimostra che i due triangoli $\triangle DOE$ e $\triangle BOF$ sono congruenti.